Conjuntos e sua Representação

Professor: Nuno Rocha

nuno.ahcor@gmail.com

Conjuntos

Um conjunto é o agrupamento de vários elementos que possuem características semelhantes.

- Exemplos de conjuntos:
    - Países de língua portuguesa:
        - Portugal, Angola, Brasil, ...
    - Países do hemisfério norte:
        - Inglaterra, Espanha, Estados Unidos da América, ...
  - Países sul americanos:
    - Brasil, Argentina, Uruguai, ...

Representação de Conjuntos

1. Representação tabular
   - Representação do conjunto sob a forma de tabela;
     - Os elementos do conjunto estão contidos entre chaves e separados por virgulas.

Exemplos:

- Países de língua portuguesa:
  - A = $\{Portugal, Angola, Brasil, \ldots\}$
- Países do hemisfério norte:
  - B = $\{Inglaterra, Espanha, Estados\ Unidos\ da\ América, \ldots\}$
- Países sul americanos:
  - C = $\{Brasil, Argentina, Uruguai, \ldots\}$

Nota: Normalmente os conjuntos são representados por letras maiúsculas.

- D = $\{a, b, c, \ldots\}$

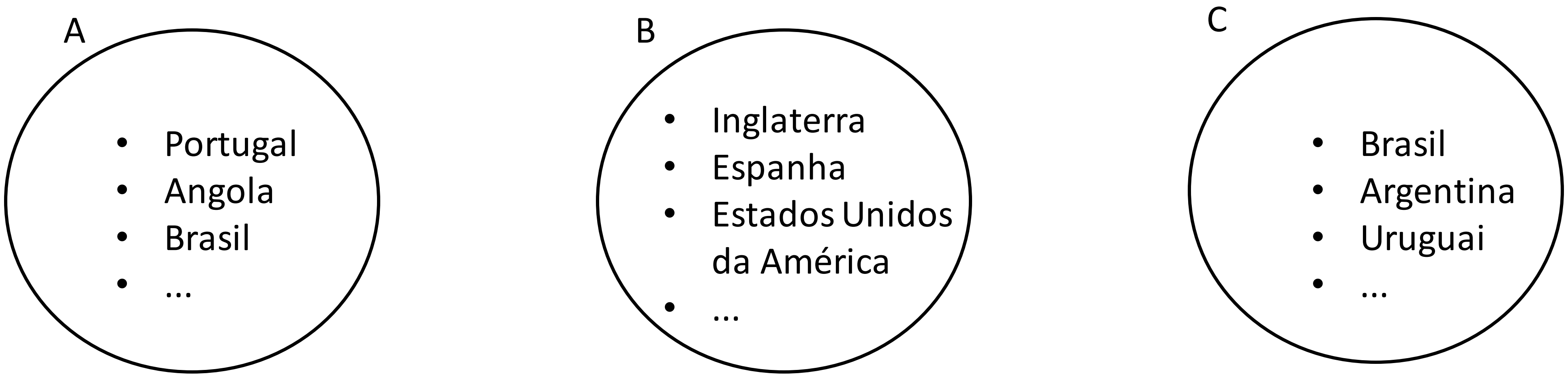
De notar que: Portugal é elemento do conjunto A e não elemento do conjunto C.
Diz-se então, que:
Portugal $\in$ A (pertence a A) e $\notin$ C (não pertence a C)

Para relacionar elementos e conjuntos, podemos recorrer aos símbolos: $\in$ e $\notin$

Representação de Conjuntos

2. Representação através de diagramas de Venn-Euler
   - Representação “visual” do conjunto;
     - Os elementos do conjunto são representados por pontos no interior de uma região delimitada por uma linha fechada simples. Ou seja, é uma linha que não se entrelaça.

Exemplos:



Representação de Conjuntos

3. Representação através de uma propriedade
    - Em todos os conjuntos existe uma propriedade comum a todos os elementos, que os compõem. Logo, esse conjunto pode ser representado por essa propriedade;
        - $A = \{x |\ x\ tem\ a\ propriedade\ P\}$: Lê-se A é o conjunto de todos os elementos x, tal que x tem a propriedade P.
        - | Lê-se: “tal que”.

Exemplos:

- $A = \{x |\ x \text{ é } país\ de\ língua\ portuguesa\}$
    - Entende-se, A é um conjunto formado por países de língua Portuguesa;
- $\mathrm{B} = \{x |\ x \text{ é } país\ do\ hemisfério\ norte\}$
    - Entende-se, B é um conjunto formado por países do hemisfério norte;
- $\mathrm{C} = \{x |\ x \text{ é } país\ Sul\ americano\}$
    - Entende-se, C é um conjunto formado por países sul americanos;

Tipos de Conjunto

Tipos de Conjunto

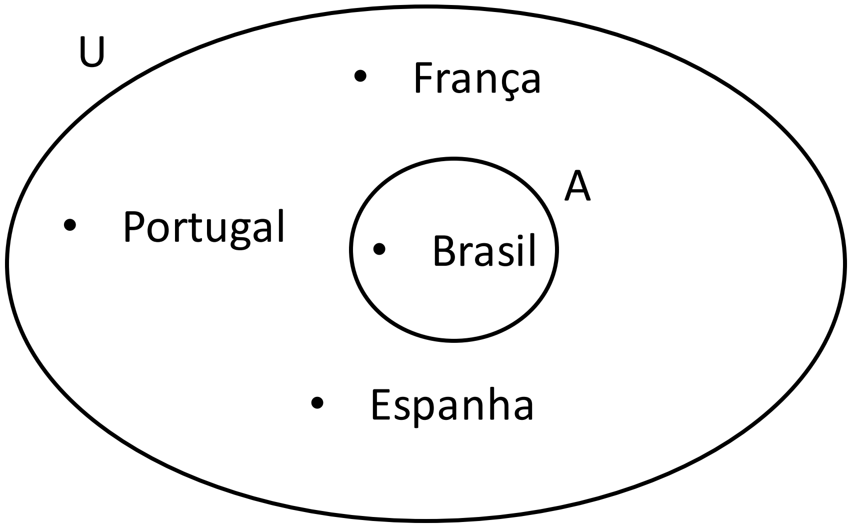
- Conjunto unitário
  - É um conjunto formado apenas por um elemento.
    - Exemplo:
      - A $= \{x|\ x$ é $seleção\ de\ futebol\ que\ venceu\ pelo\ menos\ 5\ copas\ do\ mundo\ \} = \{Brasil\}$
- Conjunto Vazio
  - Conjunto que não possui qualquer elemento.
    - Representa-se por $\{\ \}$ ou $\emptyset$.
    - Exemplo:
      - A $= \{x|\ x$ é $seleção\ de\ futebol\ com\ mais\ de\ 7\ copas\ do\ mundo\ \} = \emptyset = \{\ \}$

Tipos de Conjunto

- Conjunto finito
  - Conjunto em que é possível contar seus elementos, um a um, e essa contagem tem um final.
    - Exemplo:
      - A $= \{x |\ x$ é $seleção\ de\ futebol\ que\ venceu\ 4\ copas\ do\ mundo\ \} = \{Brasil, Itália, Alemanha\}$
        - O conjunto vazio é também um conjunto finito
- Conjunto infinito
  - Conjunto em que não é possível contar seus elementos. A contagem não termina. Jamais chegaremos ao final da contagem.
    - Exemplo:
      - Como o universo é infinito, o número de estrelas é também infinito.
        - A $= \{x |\ x\ número\ de\ estrelas\ no\ universo\} = \{0,1,2,3,4, \dots\}$

Tipos de Conjunto

- Conjunto universo
  - É um conjunto, cujos elementos são todas as entidades que se deseja considerar, em uma determinada situação.
  - É representado por U.
    - Exemplo:
      - A $= \{x|\ x$ é $seleção\ de\ futebol\ que\ venceu\ pelo\ menos\ 5\ copas\ do\ mundo\} = \{Brasil\}$
      - O conjunto universo são todas as seleções do mundo.
        - U $= \{x|\ x$ é $seleção\ de\ futebol\}$ = $\{Portugal, Brasil, França, Espanha, \ldots\}$
    - Pelo diagrama de Venn-Euler temos:



Tipos de Conjunto

- Conjuntos iguais
  - Um conjunto A diz-se igual a B, quando todo o elemento de A pertence a B e vice versa.
    - Exemplo:
      - $\mathrm{A} = \{1,2,3\}$
      - $\mathrm{B} = \{3,2,1\}$
        - A = B

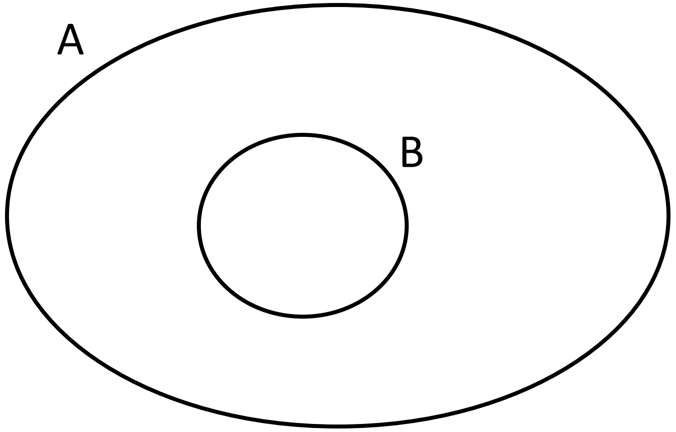
Na igualdade de conjuntos, não tem influência a ordem dos elementos.

- Conjuntos diferentes
  - Um conjunto A diz-se diferente de B, quando existe um elemento de A que não pertence a B e vice versa.
    - Exemplo:
      - $\mathrm{A} = \{1,5,4\}$
      - $\mathrm{B} = \{3,2,1\}$
      - A ≠ B

Tipos de Conjunto

- Subconjunto
  - É um conjunto, cujos elementos pertencem a outro conjunto.
    - Exemplo:
      - A $= \{x \mid x \text{ é } Jogador\ da\ seleção\ brasileira\ de\ futebol\} = \{Júlio\ César,\ David\ Luiz, Neymar \ldots\}$
      - B $= \{x \mid x \text{ é } goleiro\ da\ seleção\ brasileira\ de\ futebol\} = \{Júlio\ César, Jefferson, Victor\}$

Pelo diagrama de Venn-Euler temos:



B ⊂ A

B ⊂ A : B é subconjunto de A

⊂ é denominado o sinal de inclusão

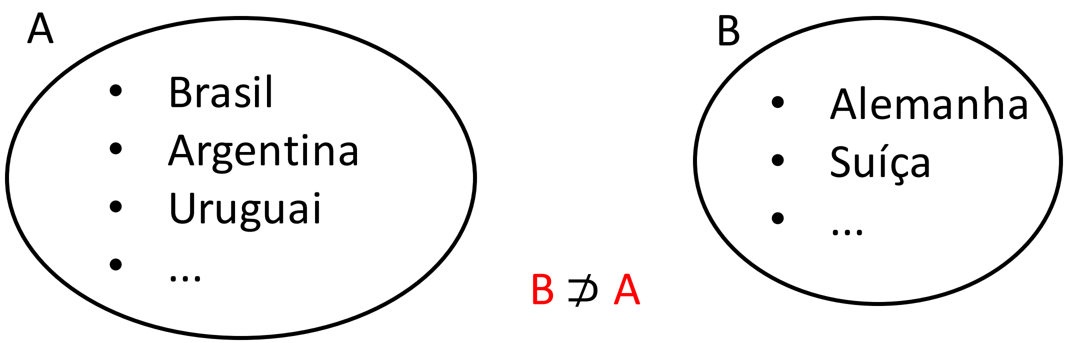
Nota: O conjunto ∅ é subconjunto de qualquer conjunto

Se B ⊂ A também se pode afirmar que A ⊃ B, que significa, A contém B

Tipos de Conjunto

- Subconjunto
  - O fato de A não ser subconjunto de B pode ser indicado das seguintes formas:
    - B $\not\supset$ A : B não contém A
    - A $\not\subset$ B : A não está contido em B
    - Exemplo:
      - B $= \{x \mid x \text{ é } País\ sul\ americano\} = \{Brasil, Argentia, Uruguai, \ldots\}$
        - A $= \{x \mid x \text{ é } país\ de\ língua\ alemã\} = \{Alemanha, Suíça, \ldots\}$

Pelo diagrama de Venn-Euler temos:



- A relação $\subset$ é unicamente aplicada para relacionar subconjuntos.
- A relação $\in$ é usada apenas para relacionar um elemento com um conjunto

Tipos de Conjunto

Conjunto das partes:

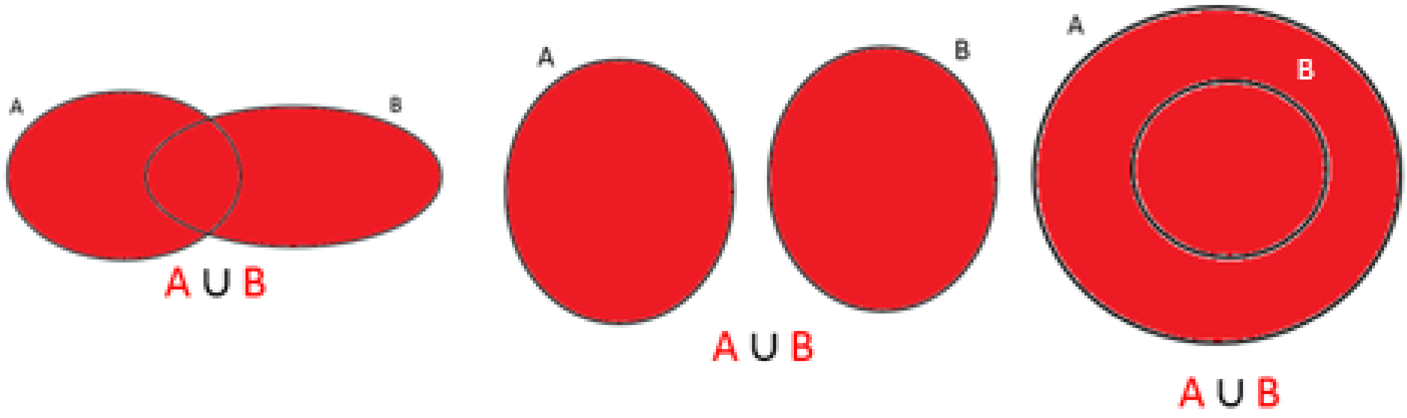
- Um determinado conjunto A é composto por vários conjuntos, cujos elementos são também eles conjuntos.
- Chama-se conjunto das partes , e representa-se por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto cujos elementos são todos os subconjuntos de A.
    - Exemplo:
        - A $= \{x|\ x \text{ é } estado\ do\ sul\ do\ Brasil\} = \ \{SC, RS, PR\}$
    - Os subconjuntos são:
        - $\emptyset, \{SC\}, \{RS\}, \{PR\}, \{SC, PR\}, \{RS, PR\}, \{SC, PR\}, \{SC, PR, RS\}$
    - Então, as partes do conjunto A são:
        - $\mathcal{P}(A)$ =$\{\emptyset, \{SC\}, \{RS\}, \{PR\}, \{SC, PR\}, \{RS, PR\}, \{SC, PR\}, \{SC, PR, RS\}\}$
        - Pode-se então afirmar que se A é um conjunto finito, com n elementos, o número de elementos de $\mathcal{P}(A)$ é igual a 2^n

União de Conjuntos

União de Conjuntos

- Considerando dois conjuntos A e B, denomina-se união, ou reunião de A e B, o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B
  - ∪ é o símbolo de união
    - A ∪ B: lê-se "a união de A com B"
      - A ∪ B = $\{x \mid x \in A \ ou \in B\}$

Possíveis representações da união de conjuntos pelo diagrama de Venn-Euler:



Propriedades:

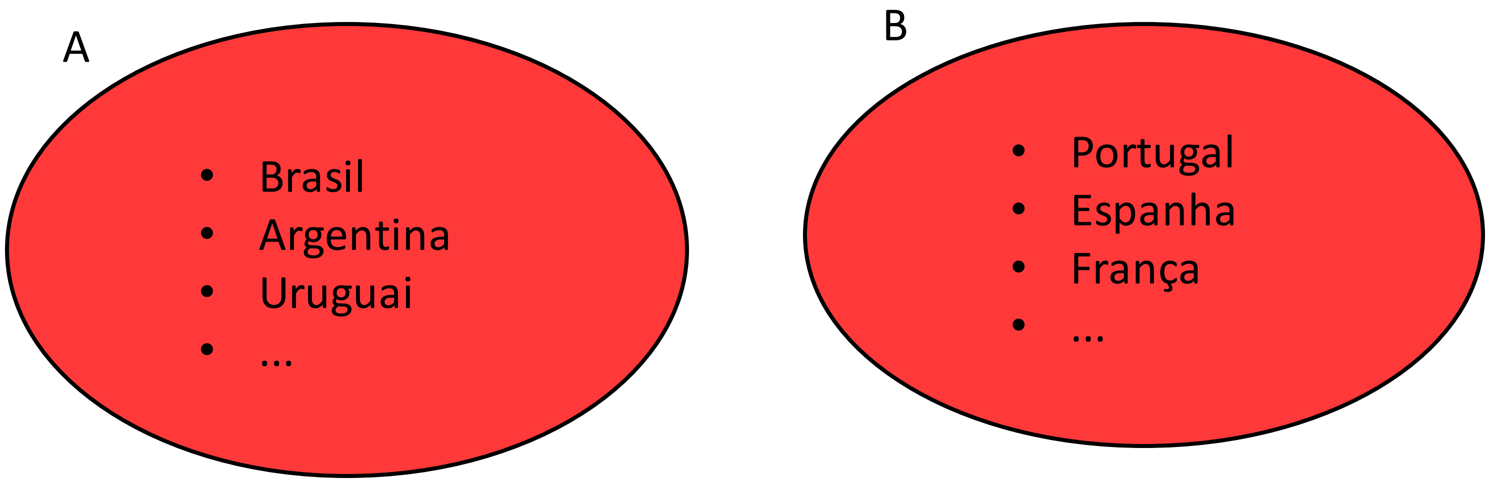
- A ∪ A = A (idempotente)
- A ∪ ∅ = A (elemento neutro)
- A ∪ B = B ∪ A (comutativa)
- (A ∪ B) ∪ C = A ∪ (B ∪ C) (associativa)

União de Conjuntos

Exemplo:

- A $= \{x \mid x \text{ é } país\ sul\ americano\} = \{Brasil, Argentia, Uruguai, \dots\}$
- B $= \{x \mid x \text{ é } país\ europeu\} = \{Portugal, Espanha, França, \dots\}$

Efetuando a representação dos conjuntos pelo diagrama de Venn-Euler temos:



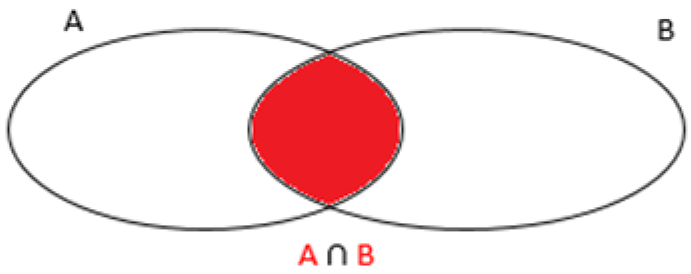
A ∪ B $= \{x \mid x \in A\ ou\ x \in B\} = \{Portugal, Brasil, Uruguai, Espanha, França, \dots\}$

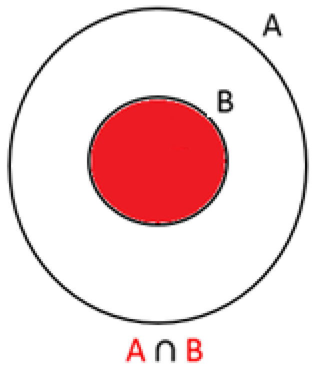
Intersecção de Conjuntos

Intersecção de Conjuntos

- Considerando dois conjuntos A e B, denomina-se intersecção de A e B, o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B
  - ∩ é o símbolo de intersecção
    - A ∩ B: lê-se “a intersecção de A com B”
    - A ∩ B = $\{x \mid x \in A \; e \in B\}$

Possíveis representações da intersecção de conjuntos pelo diagrama de Venn-Euler:





Propriedades:
- A ∩ A = A (idempotente)
- A ∩ U = A (elemento neutro)
- A ∩ B = B ∩ A (comutativa)
- (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C) (associativa)

Intersecção de Conjuntos

Exemplo:

- A $= \{x |\ x \text{ é } País\ sul\ americano\} = \{Brasil, Argentia, Uruguai, \ldots\}$
- B $= \{x |\ x \text{ é } país\ de\ língua\ portuguesa\} = \{Portugal, Brasil, Angola, \ldots\}$

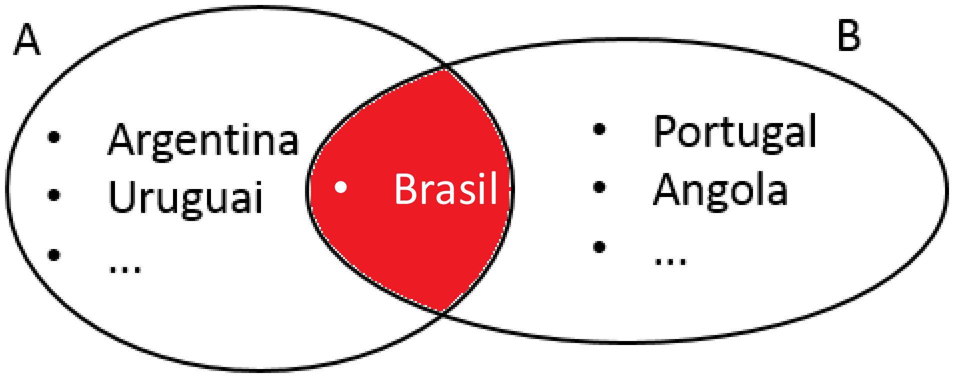
Efetuando a representação do conjunto intersecção pelo diagrama de Venn-Euler temos:

Intersecção de Conjuntos

Exemplo:

- A $= \{x \mid x \text{ é } País\ sul\ americano\} = \{Brasil, Argentia, Uruguai, \ldots\}$
- B $= \{x \mid x \text{ é } país\ de\ língua\ portuguesa\} = \{Portugal, Brasil, Angola, \ldots\}$

Efetuando a representação do conjunto intersecção pelo diagrama de Venn-Euler temos:



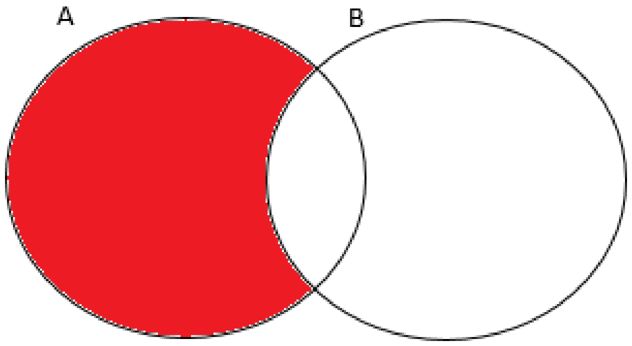
A ∩ B $= \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\} = \{Brasil\}$

Diferença de conjuntos e conjunto complementar

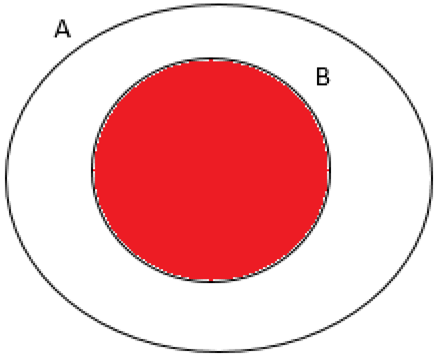
Diferença de Conjuntos

- Considerando dois conjuntos A e B, chama-se diferença entre A e B, o conjunto formado pelos elementos que de A que não pertence a B
  - A – B = $\{x \mid x \in A \text{ e } \notin B\}$
  - B – A = $\{x \mid x \in B \text{ e } \notin A\}$

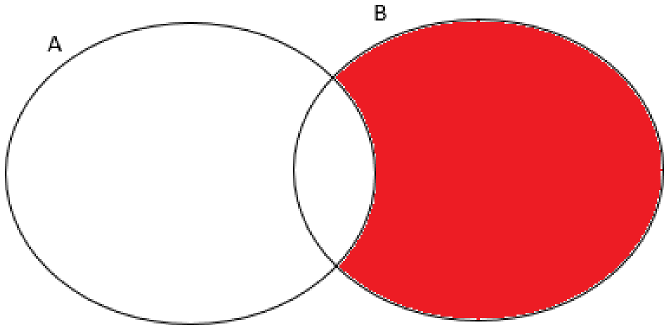
  Possíveis representações do conjunto diferença pelo diagrama de Venn-Euler:



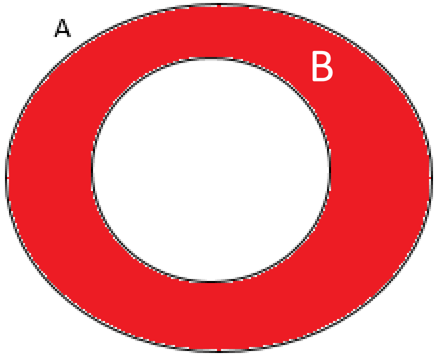
A - B



A - B



B - A



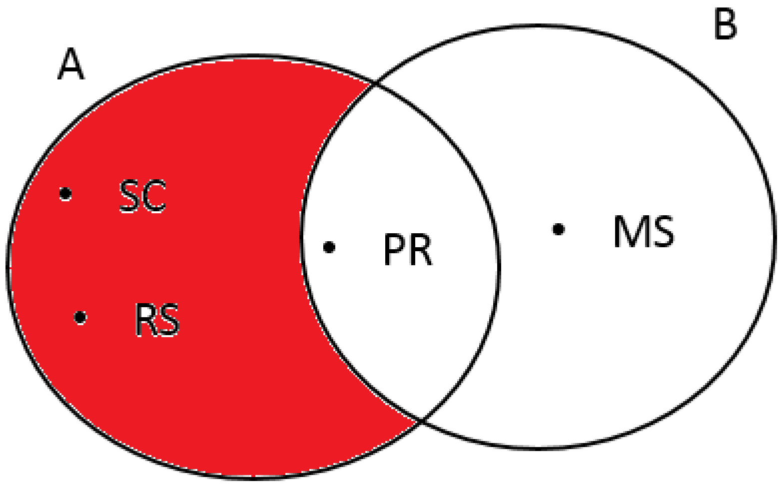
B - A

Diferença de Conjuntos

Exemplo:

- A $= \{x \mid x \text{ é } estado\ do\ sul\ do\ Brasil\} = \{SC, PR, RS\}$
- B $= \{x \mid x \text{ é } estado\ do\ Brasil\ que\ faz\ fronteira\ com\ o\ Paraguai\} = \{PR, MS\}$

Efetuando a representação do conjunto diferença pelo diagrama de Venn-Euler temos:



A – B = $\{x \mid x \in A\ e\ x \notin B\} = \{SC, RS\}$

Conjunto Complementar

Conjunto Complementar

- Considerando dois conjuntos A e B, em que B ⊂ A, designa-se por complementar de B em relação a A, o conjunto A – B.

  - B ⊂ A é condição necessária para que exista C_A^B. Se tal não se verificar diz-se que não existe C_A^B.

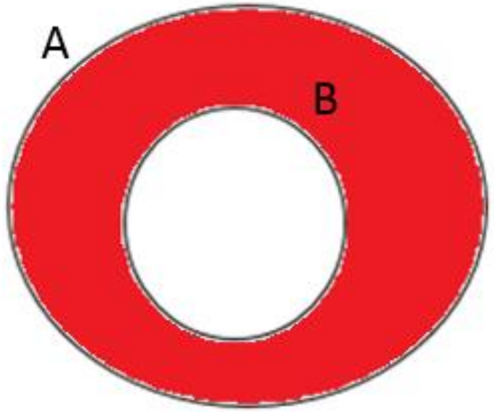
  - C_A^B ou $\bar{A}$: " lê-se complementar de B em relação a A "

  - C_A^B ou $\bar{A}$ é o conjunto de todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B
    - $C_A^B =$ A – B

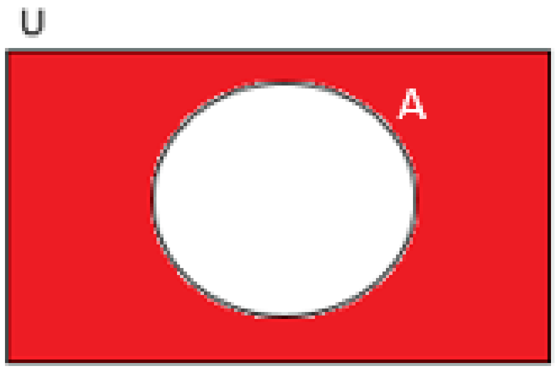
    - $C_A^B = \{x \mid x \in A \ e \ x \notin B\}$

Conjunto Complementar

- Possíveis representações do conjunto C_A^B pelo diagrama de Venn-Euler:



- Possíveis representações do conjunto C_U^A pelo diagrama de Venn-Euler:

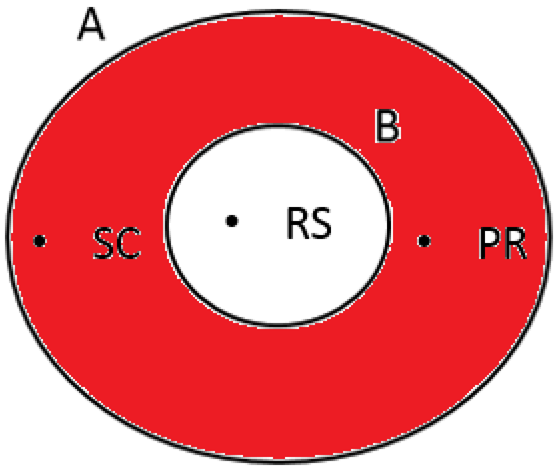


Conjunto Complementar

Exemplo:

- A $= \{x |\ x\ \text{é}\ estado\ do\ sul\ do\ Brasil\} = \{SC, PR, RS\}$
- B $= \{x |\ x\ \text{é}\ estado\ do\ sul\ do\ Brasil\ que\ faz\ fronteira\ com\ o\ Uruguai\} = \{\ RS\}$

- Efetuando a representação do conjunto C_A^B pelo diagrama de Venn-Euler temos:



$C_A^B = \{x \mid x \in A\ e\ x \notin B\} = \{SC, PR\}$

Conjuntos Numéricos

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
  - São aqueles que utilizamos para contar undidades.
  - São números inteiros não negativos
    - $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4, \dots, n, \dots\}$

Qualquer operação de adição ou multiplicação entre elementos pertencentes ao conjunto $\mathbb{N}$ resulta um elemento ou conjunto pertencente a $\mathbb{N}$. O mesmo já não se verifica no caso da subtração ou divisão.

Exemplos:

- Adição:
  - $4 + 2 = 6 \in \mathbb{N}$
  - $2 + 4 = 6 \in \mathbb{N}$
- Multiplicação:
  - $4 \times 2 = 8 \in \mathbb{N}$
  - $2 \times 4 = 8 \in \mathbb{N}$
- Subtração:
  - $4 - 2 = 2 \in \mathbb{N}$
  - $2 - 4 = -2 \notin \mathbb{N}$
- Divisão:
  - $10 : 2 = 5 \in \mathbb{N}$
  - $2 : 10 = -0{,}2 \notin \mathbb{N}$

O conjunto $\mathbb{N}$ é fechado para as operações de adição e multiplicação, e aberto para a operações de subtração e divisão

Conjuntos Numéricos

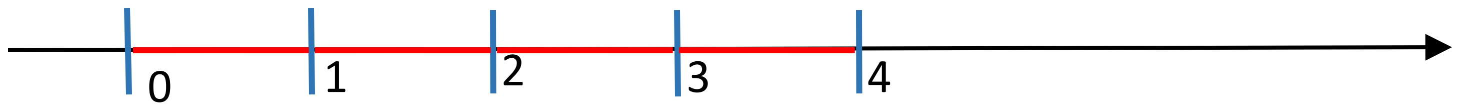
- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
  - Propriedades (para todo a,b,c $\in \mathbb{N}$)
    - Associativa
      - Adição
        - $(a + b) + c = a + (b + c)$
      - Multiplicação
        - $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
    - Comutativa
      - Adição
        - $a + b = b + a$
      - Multiplicação
        - $a \times b = b \times a$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
  - Propriedades(para todo a,b,c $\in$ $\mathbb{N}$)
    - Distributiva
      - Multiplicação, relativamente à adição
        - $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
    - Elemento neutro
      - Adição
        - $a + 0 = a$
      - Multiplicação
        - $a \times 1 = a$
    - Elemento nulo
      - Multiplicação
        - $a \times 0 = 0$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
- Representações
  - $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4, \ldots, n, \ldots\}$
  - Através de uma reta



Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
  - $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4, \dots, n, \dots\}$
- Alguns subconjuntos
  - $\mathbb{N}_p = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}\ ; n \in \mathbb{N}$
  - $\mathbb{N}_i = \{0, 1, 3, 5, 7, \dots, 2n + 1, \dots\}\ ; n \in \mathbb{N}$
  - Conjunto dos números primos:
    - Números primos são aqueles que têm apenas dois divisores diferentes, o 1 e ele mesmo.
    - $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13 \dots\}$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)
  - É formado pelos elementos pertencentes ao conjunto $\mathbb{N}$ e por todos os números negativos simetricos aos números naturais não nulos.
  - $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

  Qualquer operação de adição, subtração ou multiplicação entre elementos pertencentes ao conjunto $\mathbb{Z}$ resulta um elemento ou conjunto pertencente a $\mathbb{Z}$. O mesmo já não se verifica no caso da divisão.

Exemplos:

- Adição:
  - $4 + 2 = 6 \in \mathbb{Z}$
  - $2 + 4 = 6 \in \mathbb{Z}$
- Multiplicação:
  - $4 \times 2 = 8 \in \mathbb{Z}$
  - $2 \times 4 = 8 \in \mathbb{Z}$
- Subtração:
  - $4 - 2 = 2 \in \mathbb{Z}$
  - $2 - 4 = -2 \in \mathbb{Z}$
- Divisão:
  - $10 : 2 = 5 \in \mathbb{Z}$
  - $2 : 10 = 0{,}2 \notin \mathbb{Z}$

- Propriedades:
  - Além das propriedades relativas ao conjunto $\mathbb{N}$, no conjunto $\mathbb{Z}$, para todo o $a \in \mathbb{Z}$ existe $-a \in \mathbb{Z}$, logo:
    - $a + (-a) = 0$
      - Em $\mathbb{Z}$ existe a operação de subtração

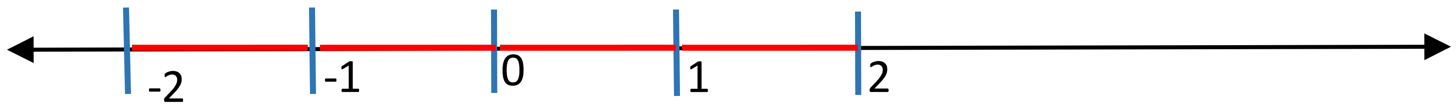
O conjunto $\mathbb{Z}$ é fechado para as operações de adição, multiplicação e subtração, aberto para a operações de divisão

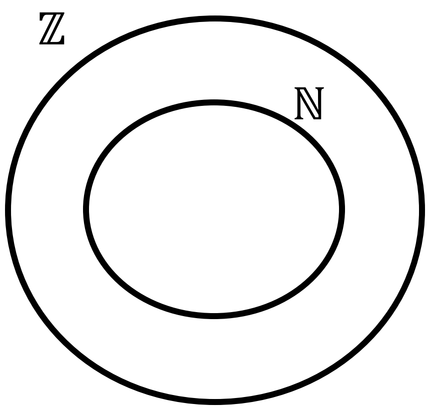
Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)
  - $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\ , \dots\}$
- Alguns subconjuntos:
  - $\mathbb{Z}^* = \{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$ - Conjunto dos números inteiros não nulos
  - $\mathbb{Z}_+^* \{1, 2, 3, \dots\}$ - Conjunto dos números inteiros positivos
  - $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ - Conjunto dos números inteiros não negativos
  - $\mathbb{Z}_-^* \{.\,., -3, -2, -1\}$ - Conjunto dos números inteiros negativos
  - $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$ - Conjunto dos números inteiros não positivos

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)
- Representações
  - $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
  - Através de uma reta





$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)
  - Conceito de divisor
    - Diz-se que o inteiro a ≠ 0 é divisor do inteiro b, que divide b, ou ainda que b é divisível por a, quando existir um inteiro c, tal que:
    - $c \times a = b$
    - $a \mid b = \exists\ c \in\ \mathbb{Z}\ | c \times a\ = b$
      - Lê-se: existe um número inteiro c tal que b é igual a c vezes a
        - Também se pode afirmar que b é múltiplo de a
    - Máximo divisor comum (m.d.c.)
      - É o maior número inteiro que é múltiplo de dois números.

Exemplos:

- m.d.c. (18, 45)
  - 18 = 2 x **3** x **3**
  - 45 = **3** x **3** x 5

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)
  - É todo o número que pode ser representado por meio de uma razão, ou fração entre dois numeros inteiros.
    - $\frac{a}{b}, \{a, b\} \subset \mathbb{Z}\ e\ b \neq 0$
      - $a \in \mathbb{Z}$
      - $b \in \mathbb{Z}^*$
    - $\frac{a}{b}$
      - a – numerador
      - b – denominador
    - Caso um número decimal possa ser representado através de uma fracção, esse número é também racional.

      Exemplo:
      - $0{,}25 = \frac{1}{4}$
    - Caso contrário é um número irracional.

Conjuntos Numéricos

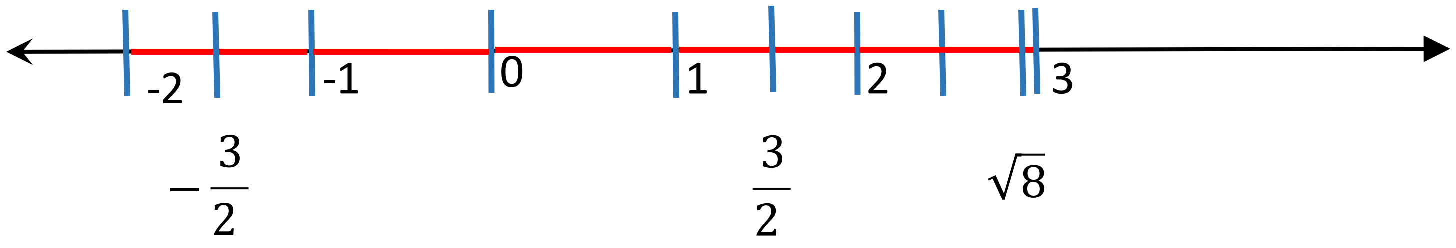
- Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)
  - Operações elementares com frações:
    - Adição
      - $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$
    - Subtração
      - $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$
    - Multiplicação
      - $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
    - Divisão
      - $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$

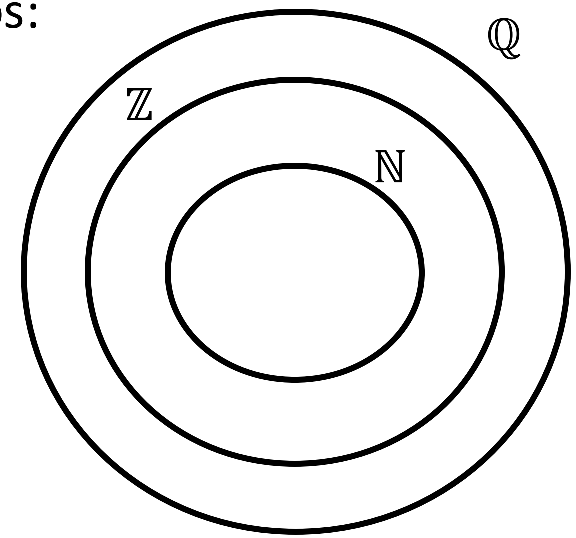
Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)
  - Fração redutível:
    - Fração que pode que se pode simplificar, utilizando um numerador e denominador de menor valor.
    - Exemplo:
      - $\frac{12}{6} = \frac{6}{2}$
  - Fração irredutível:
    - Fração que não pode ser simplificada.
      - Acontece quando em $\frac{a}{b}$, a e b são primos entre si, ou seja m.d.c. = 1
    - Exemplo:
      - $\frac{6}{7}$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)
  - Alguns subconjuntos
    - $\mathbb{Q}^* = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 0\}$ - Conjunto dos números racionais não nulos
    - $\mathbb{Q}^*_+ \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$ - Conjunto dos números racionais positivos
    - $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq 0\}$ - Conjunto dos números racionais não negativos
    - $\mathbb{Q}^*_- \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$ - Conjunto dos números racionais negativos
    - $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 0\}$ - Conjunto dos números racionais não positivos
  - Todo o número inteiro pode ser escrito como uma razão entre dois números:
  - $\frac{2}{1} = 2$
    - Todo o número inteiro é número racional
    - Representação do conjunto $\mathbb{Q}$ através de uma reta





$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)
  - Propriedades:
    - Além das propriedades relativas ao conjunto $\mathbb{Z}$, no conjunto $\mathbb{Q}$, para todo o $\frac{a}{b} \epsilon \mathbb{Q}$ e $\frac{a}{b} \neq 0$, existe $\frac{b}{a} \epsilon \mathbb{Q}$
    - Sendo que $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

O conjunto $\mathbb{Q}$ é fechado para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão em $\mathbb{Q}^*$

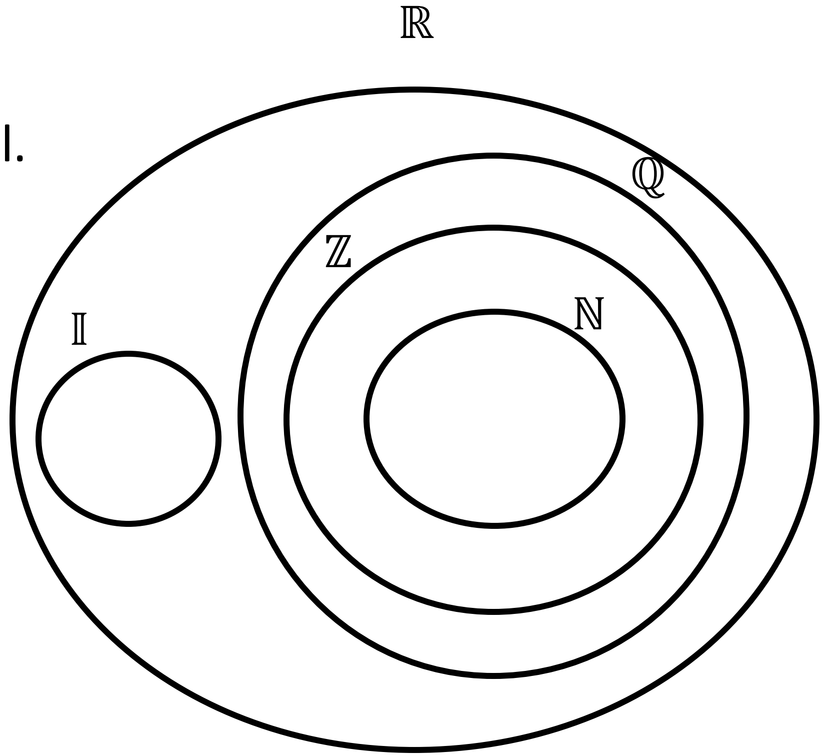
- Número oposto e número inverso
  - Para encontrar o número oposto ou simétrico de um número dado basta trocar o sinal deste número
    Exemplo: O oposto de 4 é -4 e o oposto de -6 é 6.
  - Para encontrar o inverso de um número dado basta trocar o numerador pelo denominador e o denominador pelo numerador.
    Exemplo: O inverso de $\frac{4}{5}$ é $\frac{5}{4}$ e o inverso de 3 é $\frac{1}{3}$.

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)
  - É uma expansão do conjunto $\mathbb{Q}$.
  - É formado por todos os números com representação decimal.
    - Números racionais
      - Possuem representação decimal exata ou periódica

    Exemplo: $0,2$; $0,25$
    - Números irracionais ($\mathbb{I}$).
      - Possuem representação decimal não exata ou não periodica.

    Exemplo: $\sqrt{2}$ = 1,41421356... ; $-\sqrt{5} = -2,236079$ ..., π = 3,14159265...
      - Não podem ser obtidos através da divisão de dois números inteiros.
      - Se o número $\sqrt[n]{a}$, com $n \in \mathbb{N}^*$ e $a \in \mathbb{N}$, não é inteiro, então é irracional.
    - $\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ é } racional\ ou\ x \text{ é } irracional\}$



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

Conjuntos Numéricos

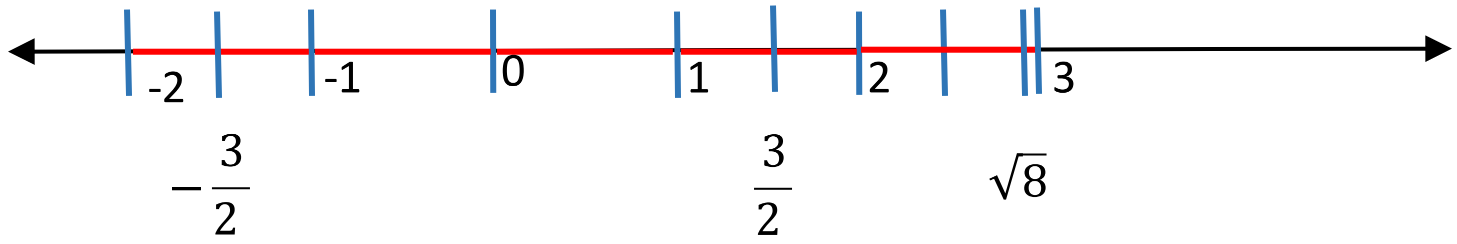
- Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)
  - Alguns subconjuntos:
  - $\mathbb{R}^* =$ Conjunto dos números reais não nulos
  - $\mathbb{R}_+ =$ Conjunto dos números reais não negativos
  - $\mathbb{R}\_ =$ Conjunto dos números reais não positivos
  - Além dos conjuntos referidos para o $\mathbb{Q}$
  - Propriedades:
    - As mesma do conjunto $\mathbb{Q}$

O conjunto $\mathbb{R}$ é fechado para as operações de adição, subtração, multiplicação, e divisão em $\mathbb{R}^*$.

A operação de radiciação só o corre em $\mathbb{R}_+$, ou seja $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$, para todo a $\in \mathbb{R}_+$. Caso contrário resultará um número complexo.

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)
  - Representação sobre uma reta:



  - Qualquer ponto da reta corresponde a um número real
    - É designada como reta real ou eixo real

Conjuntos Numéricos

- Representação de intervalos ou conjuntos, na reta real
  - $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \geq b\}$
    - Intervalo fechado de a a b

  - $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x > b\}$
    - Intervalo aberto nos extremos a e b

  - $\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
    - Intervalo aberto incomensurável, aberto à esquerda de b

- A bolinha fechada indica que esse numero também pertence a esse intervalo
- A bolinha aberta indica que esse ponto não pertence ao intervalo

Conjuntos Numéricos

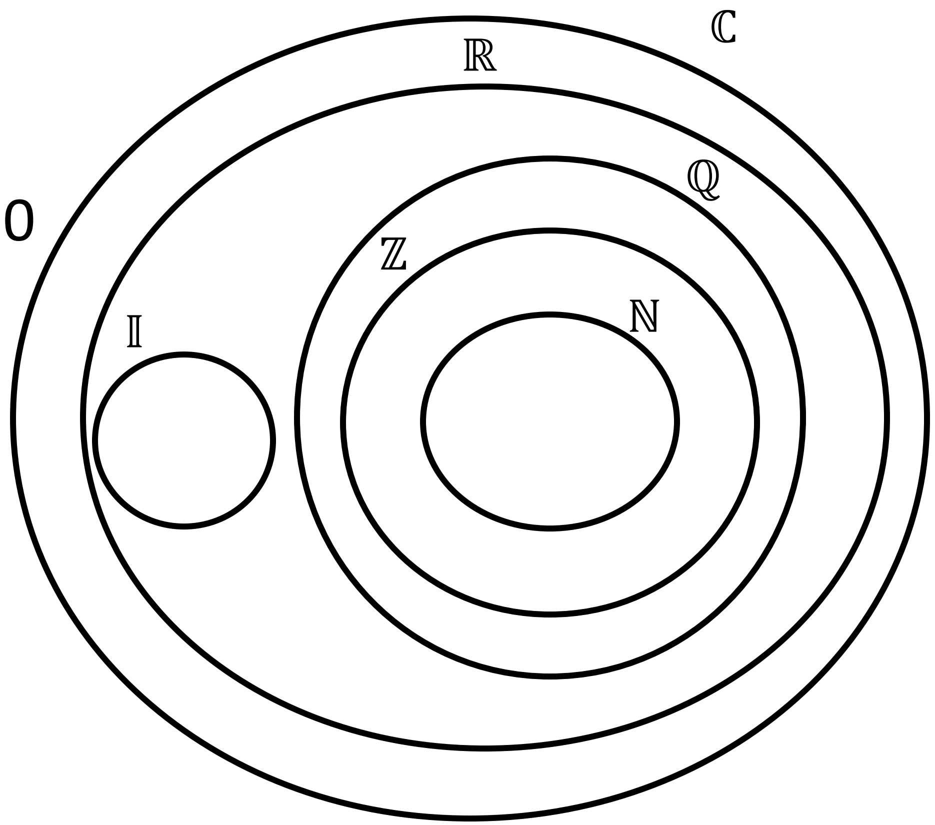
- Conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$)
  - $\mathbb{C} = \{Z = a + bi, a\ e\ b\ \in\ \mathbb{R}, i = \sqrt{-1}; i^2 = -1\}$
    - Utiliza-se Z para caracterizar os números complexos
    - a é a unidade real
    - i é a unidade imaginária

- Um número real é um número complexo em que i = 0

Exemplos:

- $Z_1 = 2$
  - $R_e(Z_1) = 2$
  - $I_m(Z_1) = 0$
- $Z_2 = 3 + 2i$
  - $R_e(Z_2) = 3$
  - $I_m(Z_2) = 2$
- $Z_3 = 5 - 2i$
  - $R_e(Z_3) = 5$
  - $I_m(Z_3) = -2$
- $Z_4 = 2i$
  - $R_e(Z_4) = 0$
  - $I_m(Z_4) = 2$

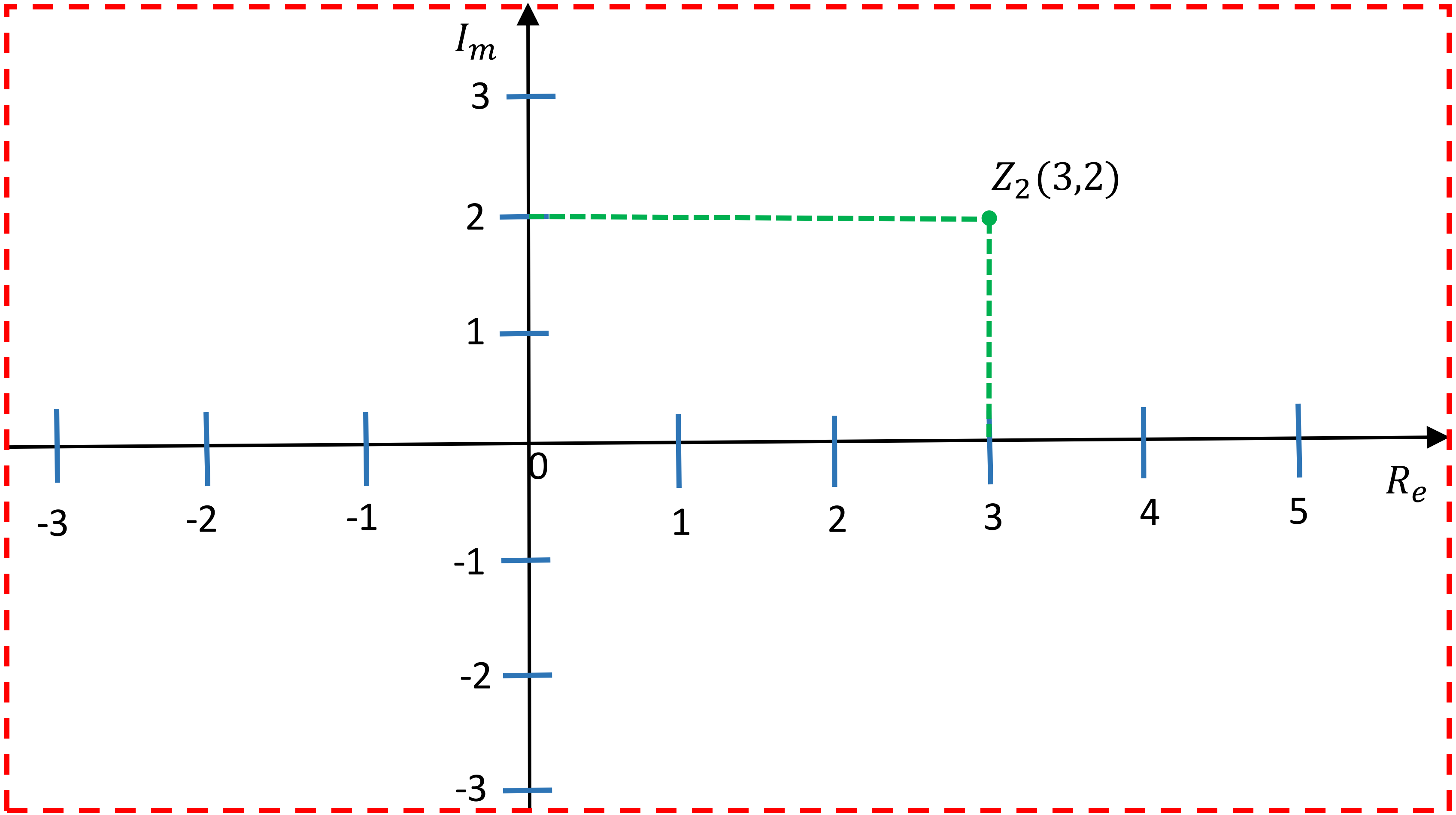
Z_1: é um número complexo real puro
Z_4: é um número imaginário puro



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{I} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$)
  - Representação geométrica no plano Plano de Argand Gauss



$Z_2 = 3 + 2i$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$)
  - Operações elementares:
    - Adição:
      - $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (bi + di)$
    - Subtração:
    - $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (bi - di)$
    - Multiplicação:
    - $(a + bi) \times (c + di) = (a \times c) + (a \times di) + (bi \times c) + (bi \times di)$
    - Divisão:
      - Conjugado:
        - Considerando $Z = a + bi$
          - $\bar{Z} = a - bi$
    - $\frac{(a+bi)}{(c+di)} = \left(\frac{(a+bi)\times(c-di)}{(c+di)\times(c-di)}\right)$

Conjuntos Numéricos

Professor: Nuno Rocha

nuno.ahcor@gmail.com