



CÍRCULOS MATEMÁTICOS
LISTA DE EXERCÍCIOS 13 (2023/2)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

- Exercício 1.** a) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros não negativos existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.
- b) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros positivos existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.
- c) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros positivos ímpares existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.

Exercício 2. Considere os conjuntos $A = \{1, \dots, p\}$ e $B = \{1, \dots, n\}$

- a) Qual o número total de funções $f : A \rightarrow B$?
- b) Considerando $p = n$, qual o número total de funções bijetivas $f : A \rightarrow B$?
- c) Considerando $p \leq n$, qual o número total de funções injetivas $f : A \rightarrow B$?
- d) Considerando $p \leq n$, qual o número total de funções estritamente crescentes $f : A \rightarrow B$?
- e) Qual o número total de funções não decrescentes $f : A \rightarrow B$?
- f) Considerando $p \geq n$, qual o número total de funções sobrejetivas $f : A \rightarrow B$?

Exercício 3. Mostre, usando argumentos combinatórios, que os seguintes números são inteiros:

- a) $\frac{(2n)!}{n!2^n}$. (**Sugestão:** Divida $2n$ objetos em n grupos de 2 objetos)
- b) $\frac{(3n)!}{n!2^n3^n}$. (**Sugestão:** Divida $3n$ objetos em n grupos de 3 objetos)
- c) $\frac{(n^2)!}{(n!)^{n+1}}$. (**Sugestão:** Divida n^2 objetos em n grupos de n objetos)

Exercício 4. a) Mostre, usando argumentos combinatórios que

$$(x_1 + \dots + x_p)^n = \sum_{k_1 + \dots + k_p = n} \frac{n!}{k_1! \dots k_p!} x_1^{k_1} \dots x_p^{k_p}.$$

- b) Determine o coeficiente de x^{15} no desenvolvimento de $(1 + x^3 + x^5 + x^7)^{15}$.