



CÍRCULOS MATEMÁTICOS
LISTA DE EXERCÍCIOS 12 (2023/2)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

Exercício 1. Os guarda-volumes de uma biblioteca estão numerados a partir do número 1. Os algarismos de plástico usados para numerar os guarda-volumes custam 2 centavos cada um. Assim, custa 2 centavos para numerar o guarda-volume 9, mas a numeração do guarda-volume 10 custa 4 centavos. Se o custo total para numerar os guarda-volumes é R\$ 137,94, quantos guarda-volumes há na biblioteca?

Exercício 2. Quantos inteiros positivos menores ou iguais a 2001 são múltiplos de 3 ou 4, mas não múltiplos de 5?

Exercício 3. Vinte e cinco meninos e vinte e cinco meninas sentam ao redor de uma mesa redonda. Prove que é sempre possível encontrar alguém que está sentado entre duas meninas.

Exercício 4. Uma aranha possui uma meia e um sapato para cada uma das suas oito patas. De quantos modos diferentes ela pode colocar suas meias e sapatos, assumindo que, para cada pata, a meia deve ser colocada antes do sapato?

Exercício 5. Dado um número racional, escreva-o como uma fração irredutível e em seguida calcule o produto entre o numerador e o denominador. Calcule quantos são os números racionais entre 0 e 1 para os quais o resultado deste produto é igual a $20!$.

Exercício 6. a) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros não negativos existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.

b) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros positivos existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.

c) Determine quantas quádruplas ordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) de números inteiros positivos ímpares existem que satisfazem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$.

Exercício 7. Dois quadrados de um tabuleiro de xadrez 7×7 são pintados de amarelo, e o resto de verde. Duas pinturas são equivalentes se podem ser obtidas uma a partir da outra por meio de uma rotação do tabuleiro. Quantas pinturas não equivalentes existem?

Exercício 8. A sequência crescente $1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, \dots$ é formada pelos inteiros positivos que são potências de 3 ou soma de potências distintas de 3. Determine o centésimo número desta sequência.

Exercício 9. Seja $n = 2^{31}3^{19}$. Quantos divisores inteiros positivos de n^2 são menores que n mas não dividem n ?