



CÍRCULO MATEMÁTICO DA UFSC

Prof. Raphael da Hora
Encontro do dia 10/08/2022

Nome: _____

JOGOS NUMÉRICOS E MÁGICAS ARITMÉTICAS



PROBLEMAS DO ENCONTRO



UMA MÁGICA DA ARITMÉTICA

Cada espectador pensa num número entre 51 e 100. Por sua vez, o mágico escreve num papel um número qualquer entre 1 e 50 e põe o papel num envelope.

O mágico então subtrai o número que ele escreveu de 99, ou seja, faz 99 menos o número que ele escreveu. O mágico anuncia o resultado e pede ao espectador para somar este número com o número que pensou. Por exemplo, se o mágico informou o número 63 e o espectador pensou no número 75, então o espectador irá fazer $63 + 75$. Agora, cada espectador irá apagar o primeiro dígito (algarismo) da resposta da soma e irá somar esse dígito ao número. No exemplo dos números 63 e 75, $63 + 75 = 138$, daí o espectador irá apagar o 1 (um) de 138 e vai fazer $38 + 1 = 39$. Finalmente, o mágico irá pedir a cada espectador para subtrair o resultado do número que pensou. No exemplo que o espectador pensou no número 75 e o mágico informou o número 63, no último passo, o espectador irá fazer $75 - 39 = 36$.

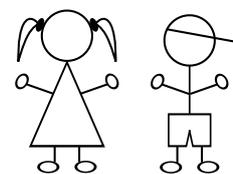
Agora, o mágico ou algum voluntário abre o envelope e revela o número que o mágico escreveu no papel. Todos ficarão surpresos com o resultado.



A BRINCADEIRA DE JOÃO E MARIA

João escreveu uma igualdade no quadro. Maria apagou três dígitos (algarismos), que podem ser diferentes números de 1 a 9, e os substituiu por quadradinhos, então ficou assim:

$$\square + \square = \square 8$$



Qual foi a igualdade que João escreveu originalmente?

A BRINCADEIRA DE MARIA E JOÃO

Maria escreveu uma igualdade no quadro. João apagou quatro dígitos e os substituiu por quadradinhos:

$$\square \square 5 - \square \square = 8$$



Qual foi a igualdade que Maria escreveu originalmente?

PROCURANDO NÚMEROS PERDIDOS NA SOMA

Encontre os dígitos ausentes:



$$\begin{array}{r} \square 9 \square \\ + \quad \square 7 \\ \hline \square \square 4 3 \end{array}$$



PROCURANDO NÚMEROS PERDIDOS NA DIFERENÇA

Encontre os dígitos ausentes:

$$\begin{array}{r} \square \square 7 1 \\ - \quad \square 9 \square \\ \hline \square 3 \end{array}$$



PROCURANDO NÚMEROS PERDIDOS NO PRODUTO

Encontre os dígitos ausentes:



$$\begin{array}{r} X \quad \square \square \\ \quad 52 \\ \hline \quad \square 4 \\ \square \square \\ \hline \square 8 \square \end{array}$$



GANDALF, O MAGO

Gandalf, o Mago, está esperando que várias bruxas malvadas venham à sua casa. Gandalf dirige-se à Loja dos Feiticeiros para comprar sapos secos como presentes para as bruxas. Toda convidada deve receber o mesmo número (diferente de zero) de sapos, e Gandalf não quer sobre nenhum. Qual é o menor número de sapos que Gandalf deve comprar se souber que:

- (a) 3 ou 5 bruxas estão vindo?
- (b) 4 ou 6 bruxas estão vindo?



ORGANIZANDO BOLSAS COM MOEDAS DE OURO

(a) Três bolsas estão cheias de moedas de ouro. Como você pode organizá-las da mais pesada para a mais leve usando 3 pesagens em uma balança com dois pratos?

(b) Quatro bolsas estão cheias de moedas de ouro. Como você pode organizar a ordem mínima da mais pesada para a mais leve usando 5 pesagens em uma balança com dois pratos?





BRINCADEIRA MATEMÁTICA



A Mágica da Adivinhação

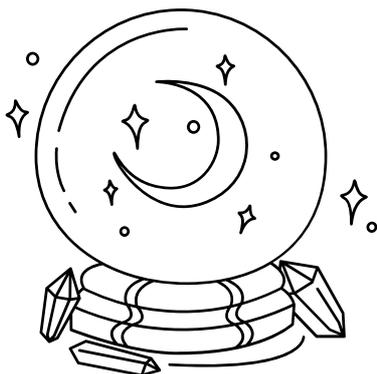


Existem inúmeras maneiras de encontrar um número escolhido por alguém, desde que se conheça o resultado de certas operações sobre ele. Se você já está familiarizado(a) com a aritmética, não encontrará dificuldade em modificar as regras aqui dadas ou em formular outras.

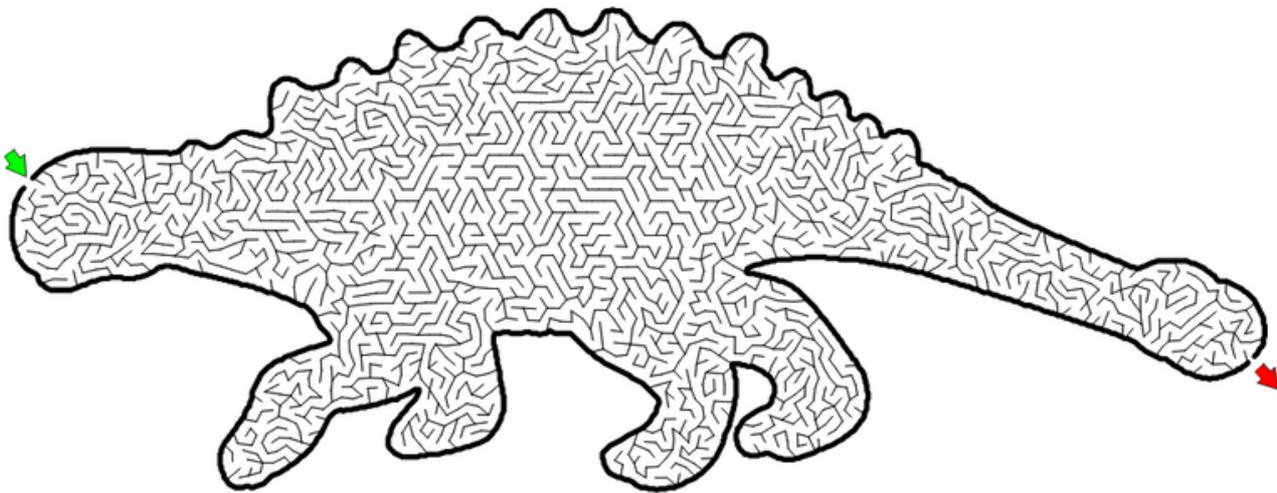
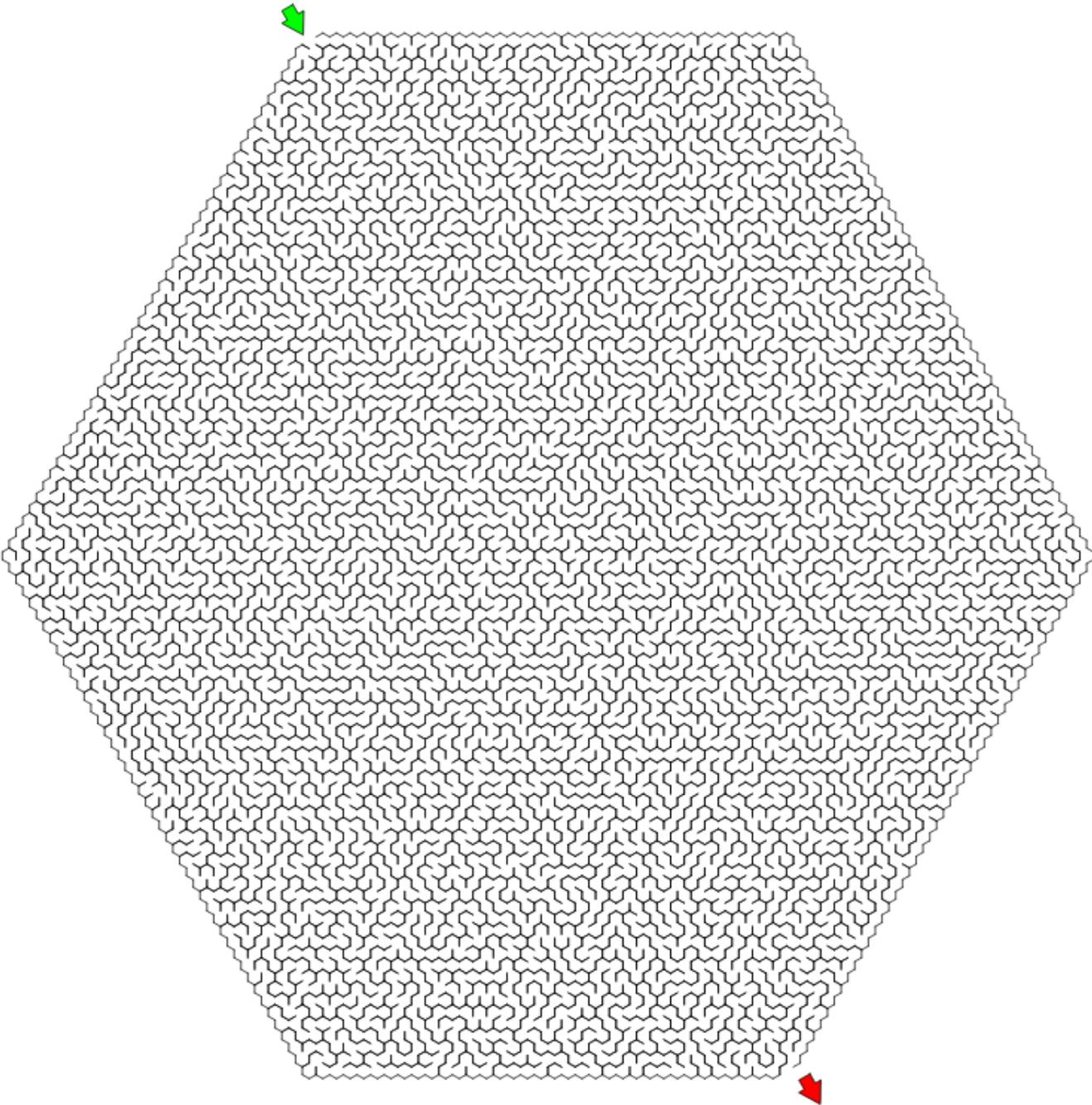
(A) Primeiro, peça à pessoa que escolheu o número para triplicar, ou seja, multiplicar o número por 3 (três). Pergunte se o produto é par ou ímpar: se for par, solicite a metade; se for ímpar, peça-lhe que acrescente 1 (um) ao resultado e, em seguida, tire a metade dele. Diga-lhe para multiplicar o resultado do segundo passo por 3. Agora, pergunte quantas partes inteiras temos quando dividimos o último produto por 9. Por exemplo, 37 possui 4 partes inteiras quando dividimos por 9, já que $37 = 4 \times 9 + 1$ (quatro vezes nove mais 1). Você consegue agora adivinhar o número que a pessoa escolheu? Como você conseguiu?

(B) Peça à pessoa que pensou no número para realizar as seguintes operações: para multiplicá-lo por 6; para dividir o produto por 3; em seguida multiplicar o quociente (resultado do último passo) por 10; dividir este resultado por 5; para dividir o resultado final pelo número selecionado originalmente; finalmente para adicionar ao resultado da operação o número inicialmente pensado. Finalmente, peça a soma encontrada e subtraia desta soma o número 4, o resultado será o número escolhido originalmente pela pessoa. Por que isso funcionou?

Será que isso funcionaria se você falasse para ele para multiplicar ou dividir por vários números que você escolhesse aleatoriamente, sem lhe dizer o resultado, depois dividisse o resultado pelo número pensado e, em seguida, adicionasse o número que ele pensou?



LABIRINTOS



LISTA DE EXERCÍCIOS

ENCONTRE OS DÍGITOS PERDIDOS

Restaure os dígitos ausentes.

$$\begin{array}{r} + \quad \square \square \\ \quad \square \\ \hline \square \square 8 \end{array}$$

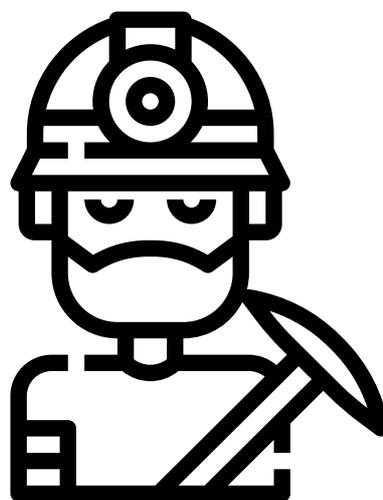
$$\begin{array}{r} \square 6 \square \\ - 2 \square 5 \\ \hline 6 3 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 8 3 \\ \quad \square \square \\ \hline \square 3 \\ 1 \square \square \\ \hline \square \square \square \square \end{array}$$

JOEL, O GARIMPEIRO

(a) Joel, o garimpeiro, tem sete pepitas de ouro. A primeira pepita vale RS 1, a segunda RS 2, a terceira RS 3 e assim por diante. Joe dirige-se à mercearia com três dessas pepitas no bolso. Ele afirma que com essas três pepitas ele poderá pagar qualquer quantia expressa como um número inteiro de reais, de RS 1 a RS 7. Quais são as três pepitas no bolso de Joel?

(b) Agora, Joel tem quinze pepitas que valem 1, 2, ..., 15 reais. Quais quatro destas pepitas ele deve levar consigo se quiser pagar qualquer valor inteiro que varia de RS 1 a RS 15?

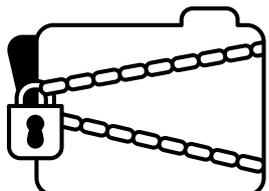




DECIFRANDO A ARITMÉTICA

Neste encontro, trabalhamos na restauração de dígitos ausentes em quebra-cabeças numéricos. Agora, vamos explorar uma variação desses quebra-cabeças: números que foram criptografados, no sentido de que seus dígitos foram substituídos por letras de acordo com algum código. Nosso objetivo será decifrar esses quebra-cabeças.

Suponha que alguém lhe mostre este problema de adição:


$$\begin{array}{r} + \quad M \quad E \\ \quad \quad \quad M \\ \hline A \quad S \quad A \end{array}$$

Esse problema parece estranho, pois os números não são exatamente números. Em vez disso, eles foram criptografados de acordo com algum código. Cada dígito foi substituído por uma letra. A mesma letra sempre representa o mesmo dígito, e letras diferentes representam dígitos diferentes. Seu objetivo é reconstruir os números originais.

Por onde você deve começar? Quando um criptoanalista (a pessoa cujo trabalho é decifrar mensagens secretas) começa a trabalhar com um pedaço de texto cifrado, ele procura um ponto fraco: um símbolo mais fácil de adivinhar. Tente fazer o mesmo.

O PROBLEMA DAS MOEDAS FALSAS

Um par de moedas de ouro, um par de moedas de prata e um par de moedas de bronze foram colocados sobre a mesa. Em cada par, uma moeda é falsificada — mais leve que a moeda real. Todas as moedas reais têm o mesmo peso, e as moedas falsas também têm o mesmo peso. Como você pode encontrar todas as três moedas falsas usando 2 pesagens em uma balança com dois pratos?



PERSONALIDADES MATEMÁTICAS



Imagem: [Wikimedia Commons](#)

Sophie Germain

Marie-Sophie Germain (1 de abril de 1776 - 27 de junho de 1831) foi uma matemática, física e filósofa francesa. Ela também é considerada cofundadora da teoria da elasticidade, tema a que dedicou um trabalho premiado pela Academia de Ciências.

Marie-Sophie Germain era a filha do meio de Ambroise-François Germain (1726-1821), um próspero comerciante, e Marie-Madeleine Gruguelu (?-1823). Sua vocação foi, desde cedo, a matemática.

O ano de 1789 viu a eclosão da Revolução Francesa. Com Paris no caos e a vida normal suspensa, ela decidiu que iria à biblioteca do pai e passaria o tempo lendo livros. Lá encontrou as fascinantes obras de Isaac Newton, Leonhard Euler e Étienne Bézout, entre outros.

Ela leu sobre a morte de Arquimedes nas mãos de um soldado romano porque ele não parava de fazer matemática. Ela ficou comovida com essa história e decidiu que ela também deveria se tornar uma matemática. Ela disse aos pais que queria se tornar matemática, mas eles se opuseram totalmente às suas ideias, dizendo-lhe que não era uma ocupação para uma menina. Para passar a ler textos mais avançados de cálculo, ela aprendeu sozinha latim e grego.

Sophie Germain tinha dezoito anos quando a École Polytechnique abriu, mas não havia como, no entanto, uma garota se tornar uma estudante. Isso não impediu Germain de obter notas de aula de muitos cursos. Ela começou a enviar comentários a Joseph-Louis Lagrange, professor da Polytechnique. Inicialmente, usou um pseudônimo masculino, M. LeBlanc. Hoje, Germain é lembrada por seus trabalhos em teoria dos números, incluindo uma prova engenhosa de um caso do teorema de Fermat.