

# Módulo II – Aplicações das leis de Newton

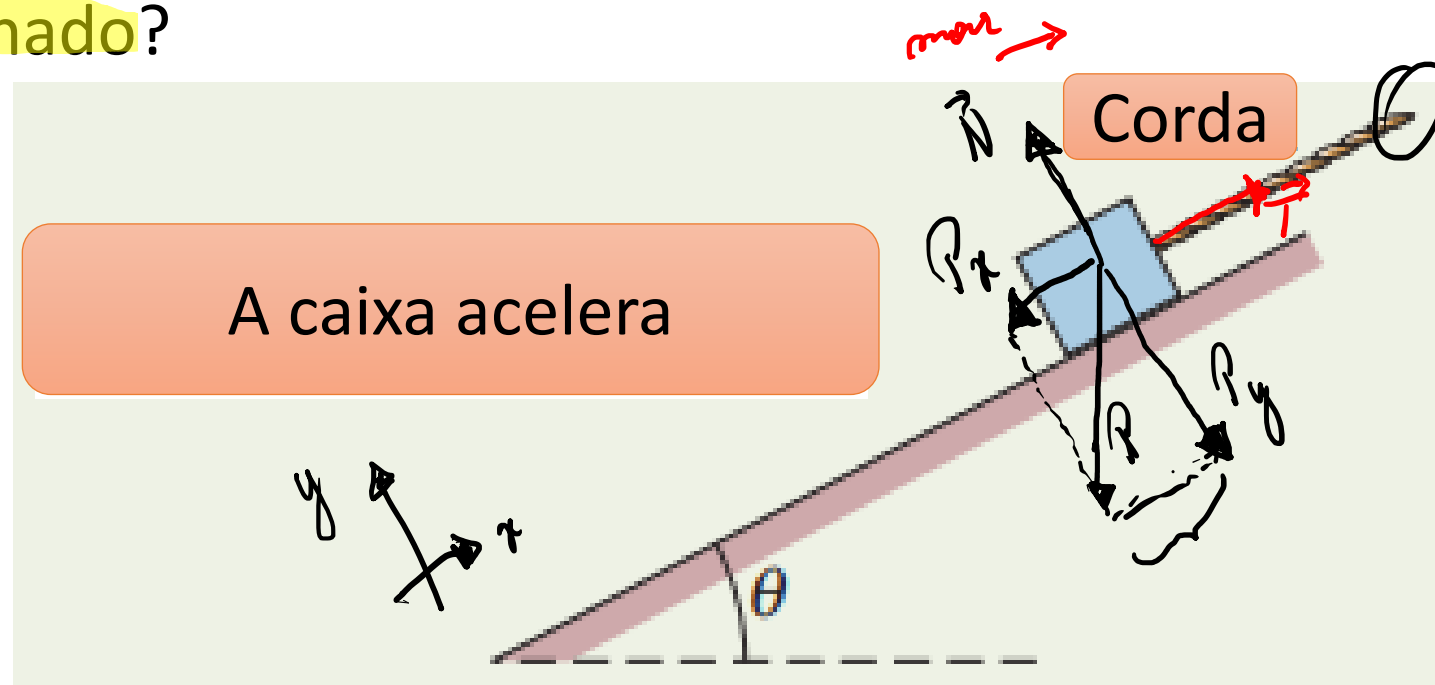
Yuri Zanerippe Miguel

# Conteúdo

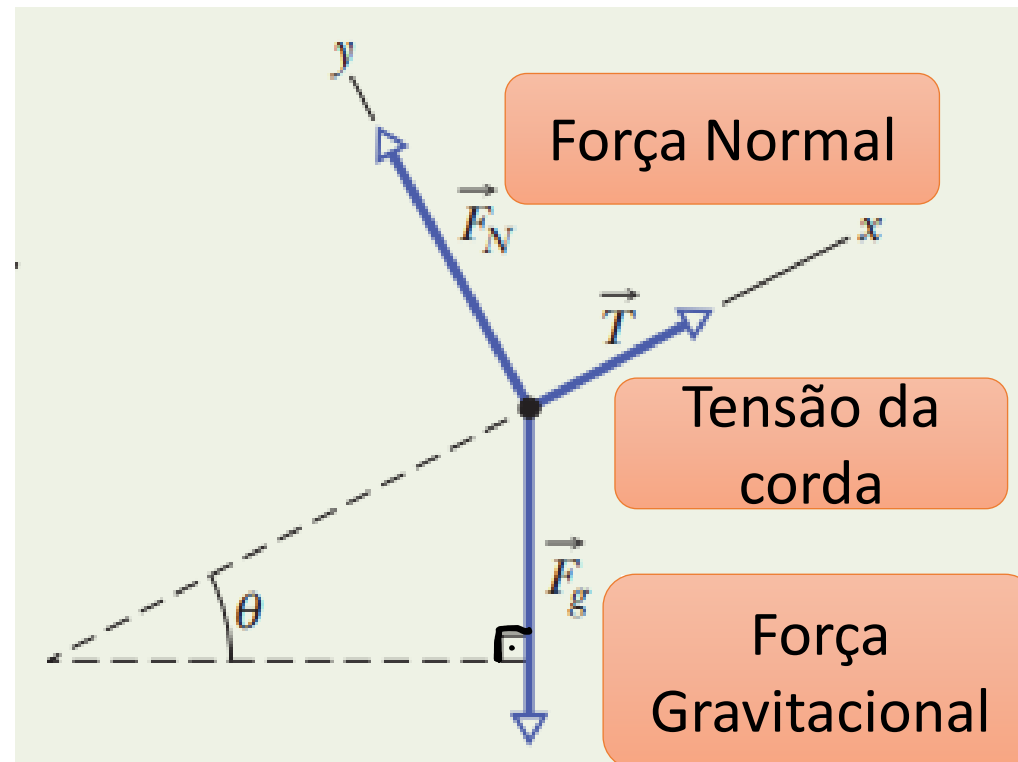
- Força elástica. ✓
- Força de atrito.
- Força de arrasto e velocidade terminal.

# Plano Inclinado

Na figura abaixo, uma corda puxa para cima uma caixa de biscoitos ao longo de um plano inclinado sem atrito cujo ângulo é  $\theta = 30^\circ$ . A massa da caixa é  $m = 5,00 \text{ kg}$  e o módulo da força exercida pela corda é  $T = 25,0 \text{ N}$ . Qual é a componente  $a$  da aceleração da caixa na direção do plano inclinado?

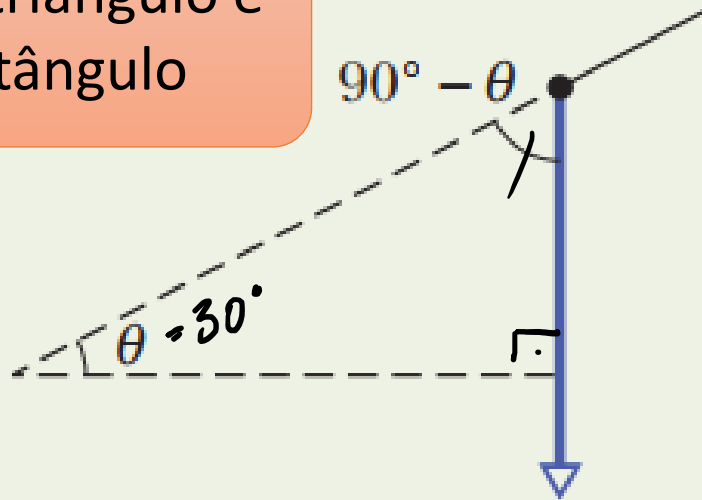


# Plano Inclinado

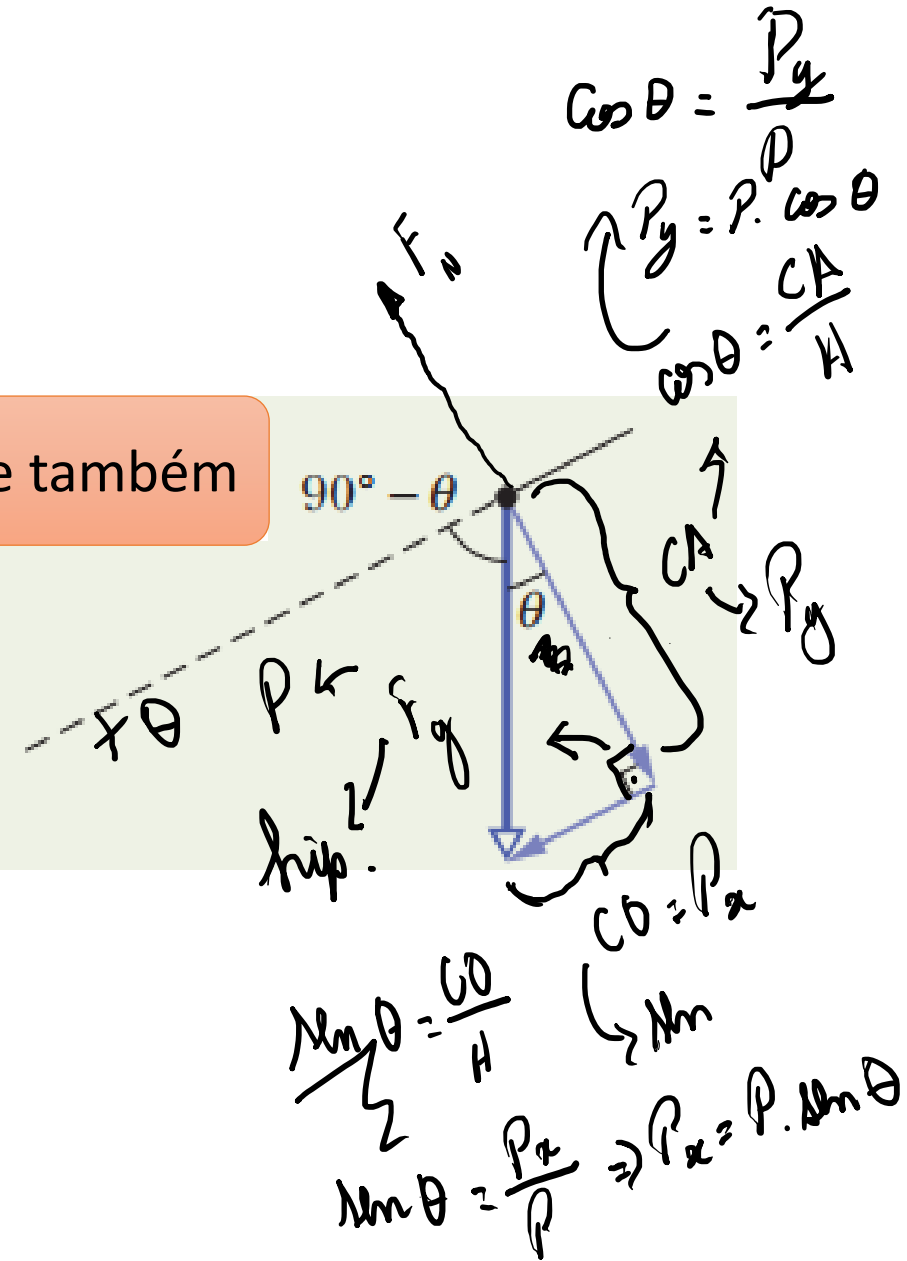


# Plano Inclinado

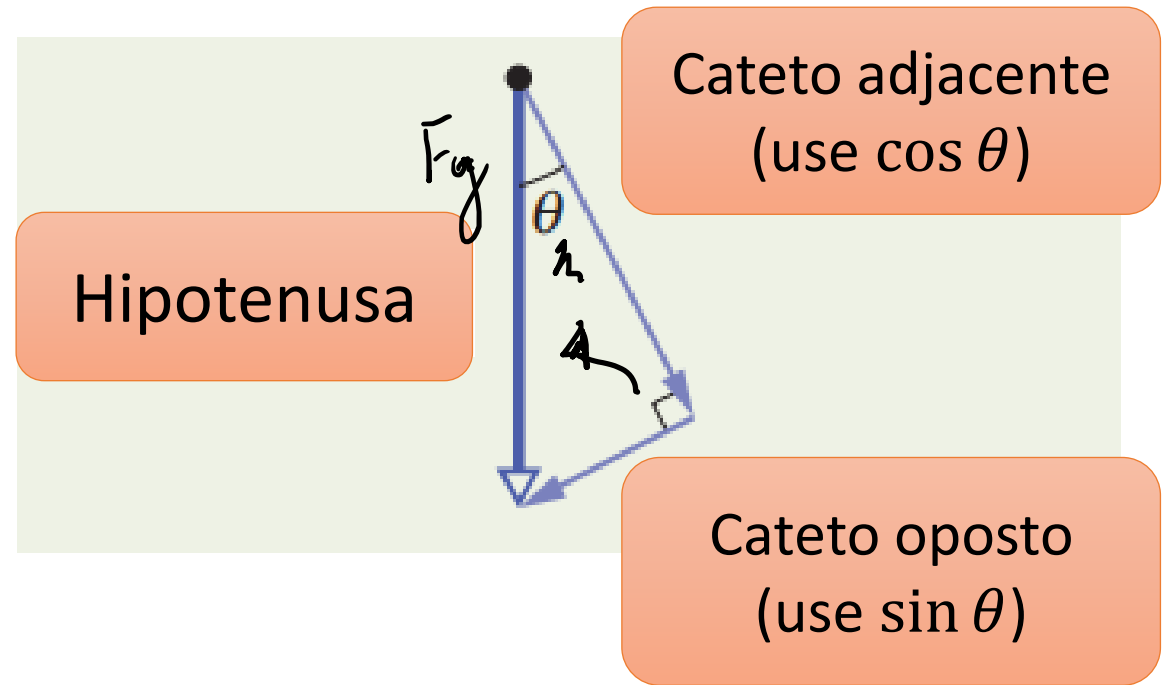
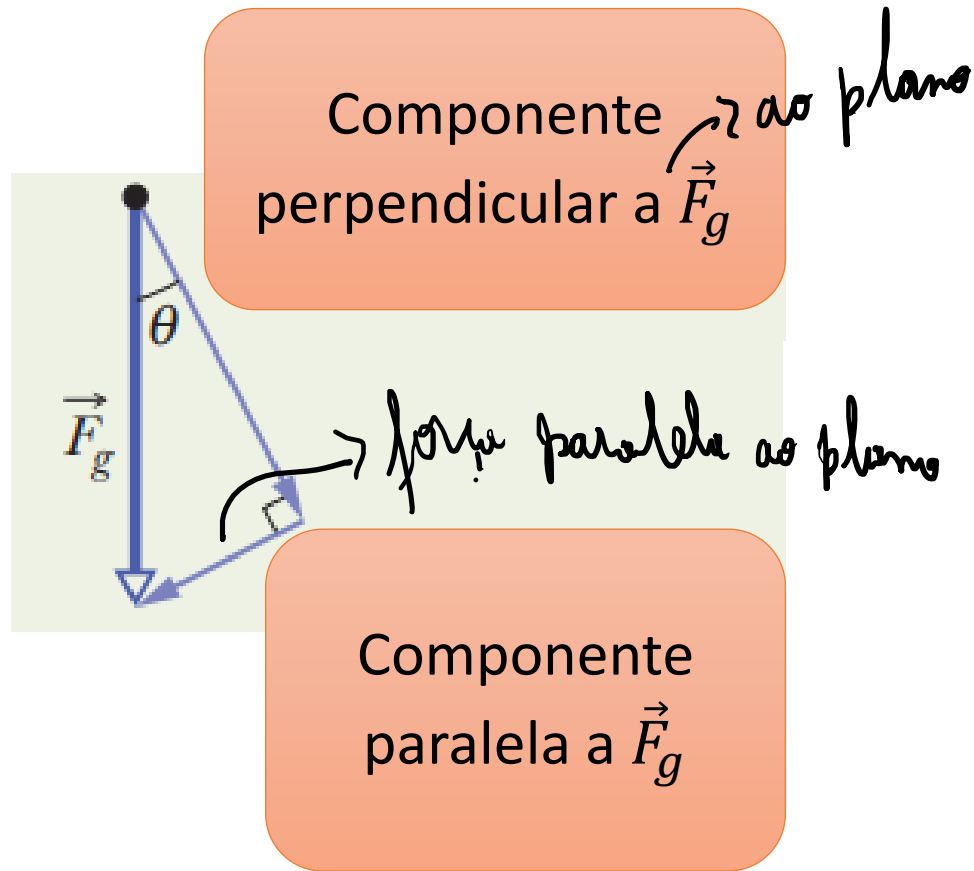
Este triângulo é retângulo



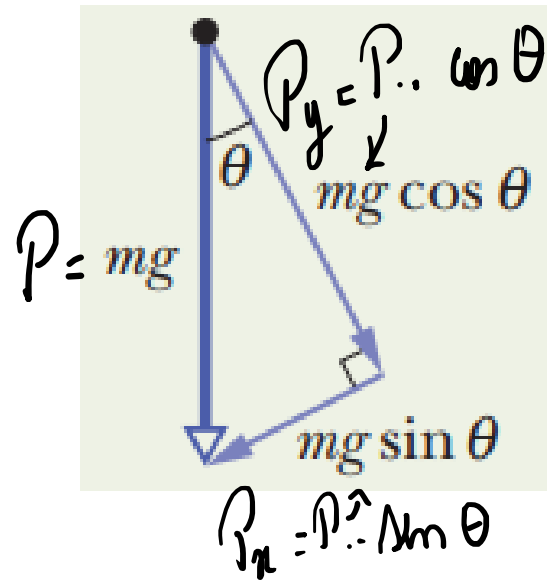
Este também



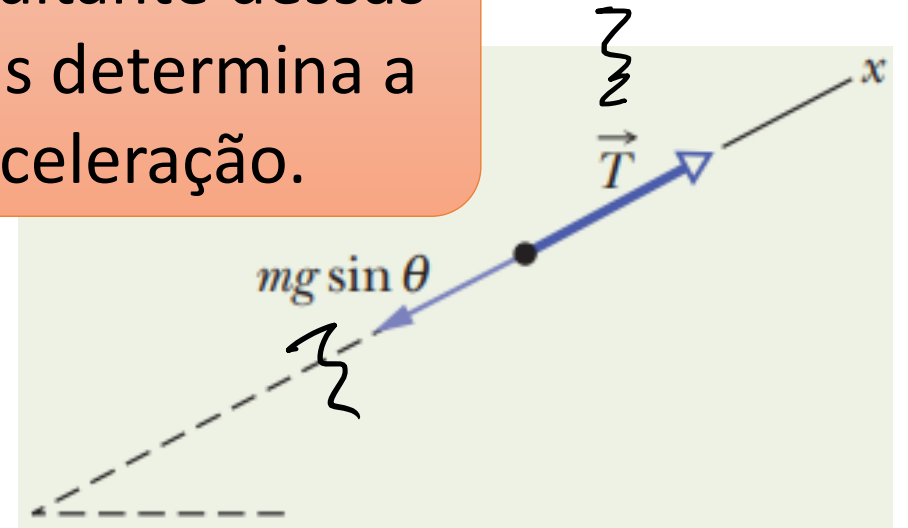
# Plano Inclinado



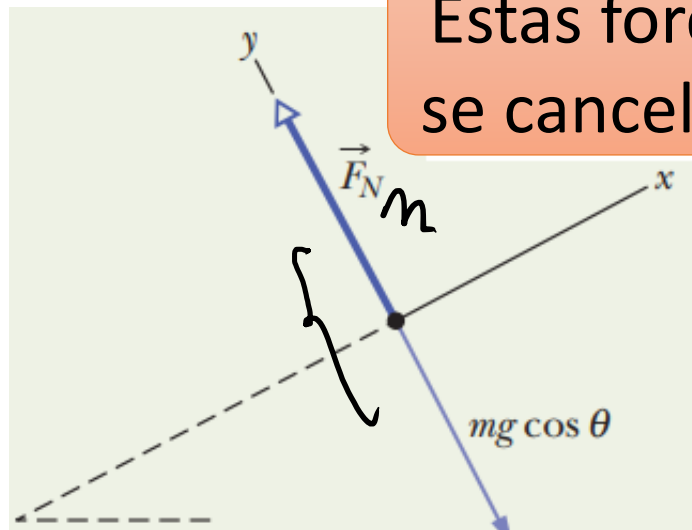
# Plano Inclinado



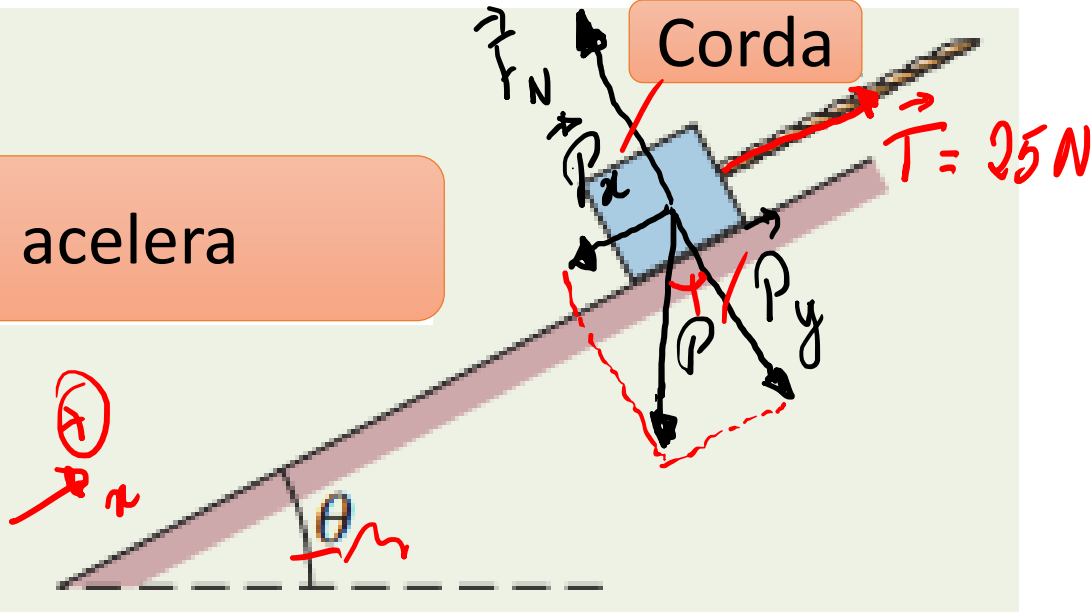
A resultante dessas forças determina a aceleração.



Estas forças se cancelam



A caixa acelera



$$a = ?$$

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{T} - \vec{P}_a = m \cdot \vec{a}$$

$$\frac{\vec{T} - \vec{P} \cdot \sin \theta}{m} = \vec{a}$$

$$\frac{\vec{T} - m \cdot g \cdot \sin \theta}{m} = \vec{a}$$

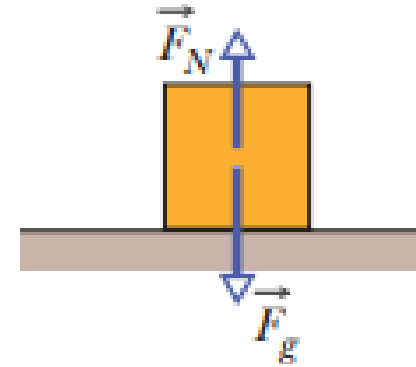
$$\frac{25 - 5 \cdot 9,81 \cdot \sin 30^\circ}{5} = \vec{a}$$

$$\vec{a} = 0,095 \text{ m/s}^2 \approx 0,1 \text{ m/s}^2$$



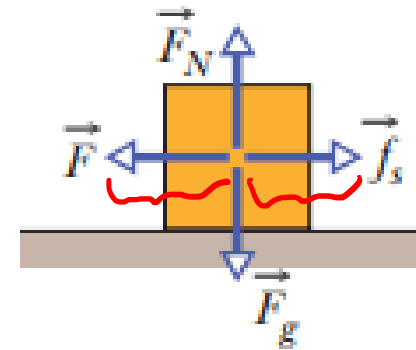
# Força de atrito

Como não é aplicada nenhuma força horizontal, não há atrito e não há movimento.



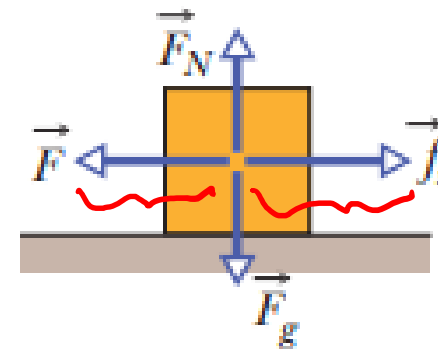
Força de atrito = 0

A força aplicada  $\vec{F}$  é equilibrada pela força de atrito estático  $\vec{f}_s$ . Não há movimento.



Força de atrito =  $F$

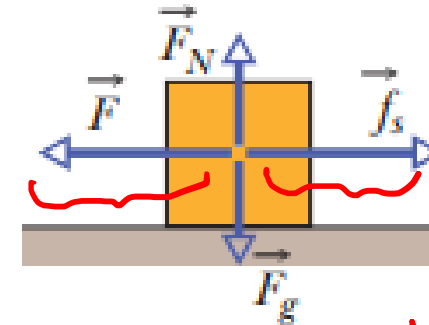
A força aplicada é maior, mas continua em equilíbrio pela força de atrito. Não há movimento.



Força de atrito =  $F$

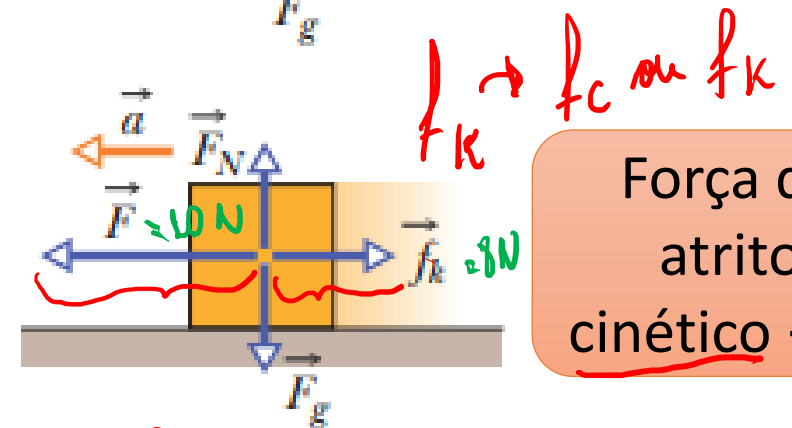
# Força de atrito

A força aplicada é ainda maior, mas continua em equilíbrio pela força de atrito. Não há movimento.



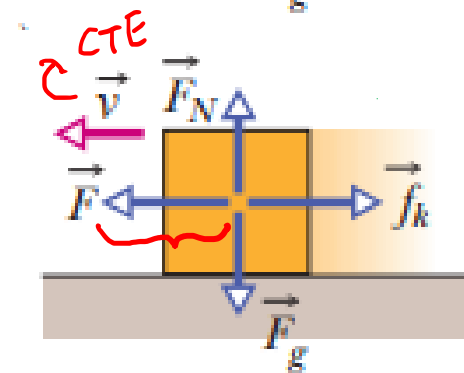
Força de atrito = 0

Finalmente, a força aplicada supera a força de atrito estático. O bloco começa a se mover e sobre uma aceleração



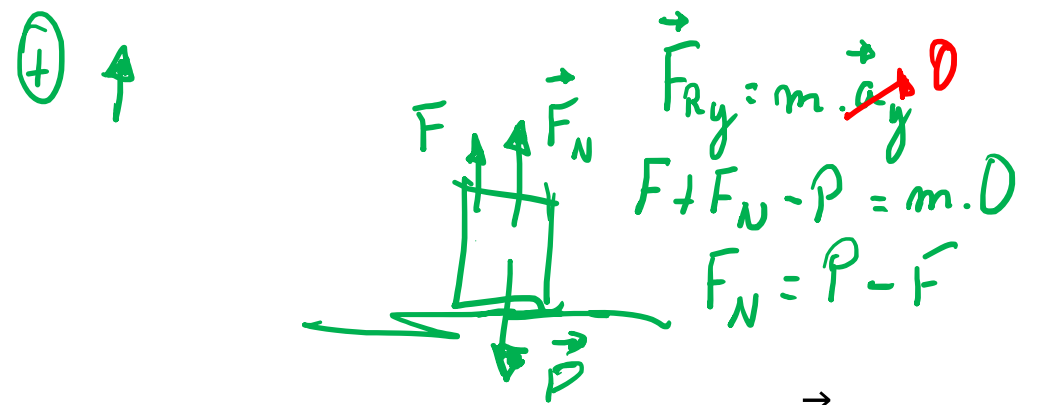
Força de atrito cinético  $< F$

Para manter a velocidade constante, é preciso reduzir a força aplicada, já que a força de atrito agora é menor.



Força de atrito cinético  $f_k$  não muda.

# Propriedades do atrito



- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a força de atrito estático  $\vec{f}_S$  e a componente  $\vec{F}$  paralela a superfície se equilibram. As duas forças têm módulos iguais e  $\vec{f}_S$  tem o sentido oposto ao da componente de  $\vec{F}$ .

- **Propriedade 2:** O módulo de  $\vec{f}_S$  possui um valor máximo  $\vec{f}_{S,máx}$  que é dado por:

$$\vec{f}_{S,máx} = \mu_S \cdot F_N$$

*Handwritten notes in green:*  $\mu_S$  → coef. estático;  $F_N$  → força da superfície sobre o objeto.

- **Propriedade 3:** Se o corpo começa a deslizar sobre a superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente pra um valor  $\vec{f}_k$  dado por:

$$\vec{f}_k = \mu_k \cdot F_N$$

*Handwritten note in green:*  $\mu_k$  → coef. cinético

Se as rodas de um carro ficam “bloqueada” (impedidas de girar) durante uma frenagem de emergência, o carro desliza na pista. Pedacos de borracha arrancados dos pneus e pequenos trechos de asfalto fundindo formam as “marcas de derrapagem” que revelam a ocorrência de uma soldagem a frio.

O recorde de marcas de derrapagem em via pública foi estabelecido em 1960 pelo motorista de Jaguar na rodovia M1, na Inglaterra. As marcas tinha 290 m de comprimento. Supondo que  $\mu_k = 0,60$  e que a aceleração do carro se manteve constante durante a frenagem, qual era a velocidade do carro quando as rodas ficaram bloqueadas?

$\Delta x$

$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

$f_{at_k} = \mu_k \cdot F_N$  do carro

$f_{at_k} = \mu_k \cdot m \cdot g$

$F_N$

$P$

$f_{at_k}$

$F_R = m \cdot a$  do carro

$-\mu_k \cdot m \cdot g = m \cdot a \iff -f_{at_k} = m \cdot a$

$-\mu_k \cdot g = a$

coef. de atrito cinético

$v_0 = ?$

$v = 0$

M.U.V.

$v_0 = ?$

$a \rightarrow f_{at_k}$

$v = 0$

0 290 m

O recorde de marcas de derrapagem em via pública foi estabelecido em 1960 pelo motorista de Jaguar na rodovia M1, na Inglaterra. As marcas tinha 290 m de comprimento. Supondo que  $\mu_k = 0,60$  e que a aceleração do carro se manteve constante durante a frenagem, qual era a velocidade do carro quando as rodas ficaram bloqueadas?

$$\Delta x = 290 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$a = -\mu_k \cdot g$$

$$v = 0$$

$$v_0 = ?$$

$$\mu_k = 0,60$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$\sqrt{v_0^2} = \sqrt{v^2 - 2 \cdot (-\mu_k \cdot g) \cdot \Delta x}$$

$$v_0 = v + \sqrt{2 \cdot \mu_k \cdot g \cdot \Delta x}$$

$$v_0 = 0 + \sqrt{2 \cdot 0,6 \cdot 9,81 \cdot 290}$$

$$v_0 = 58,4 \text{ m/s} \approx 210 \text{ km/h}$$

• 1 O piso de um vagão de trem está carregado de caixas soltas cujo coeficiente de atrito estático com o piso é 0,25. Se o trem está se movendo inicialmente com uma velocidade de 48 km/h, qual é a menor distância na qual o trem pode ser parado com aceleração constante sem que as caixas deslizem no piso?

$$\Delta x = \frac{0^2 - 13,3^2}{-2 \cdot 0,25 \cdot 9,81}$$

$$\Delta x = 36,2 \text{ m}$$

$$\mu_s = 0,25$$

$$v_0 = 48 \text{ km/h} \div 3,6 = 13,3 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = ? \text{ m}$$

$$v = 0 \text{ m/s}$$

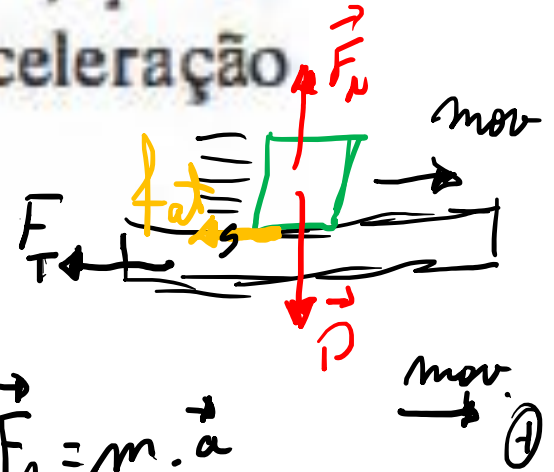
$$a = ?$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot (-\mu_s \cdot g)}$$



$$\vec{F}_N = m \cdot \vec{a}$$

$$-f_{at_s} = m \cdot a$$

$$-\mu_s \cdot F_N = m \cdot a$$

$$-\mu_s \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$\left[ -\mu_s \cdot g = a \right]$$

$$a = -0,25 \cdot 9,81 =$$



•11 Um caixote de 68 kg é arrastado sobre um piso, puxado por uma corda inclinada  $15^\circ$  acima da horizontal. (a) Se o coeficiente de atrito estático é 0,50, qual é o valor mínimo do módulo da força para que o caixote comece a se mover? (b) Se  $\mu_k = 0,35$ , qual é o módulo da aceleração inicial do caixote?

a)  $\vec{F}_{R_x} = m \cdot \vec{a}$   
 $T_x - f_{at_s} = m \cdot a$

$T \cdot \cos \theta - F_N \cdot \mu_s = m \cdot a$

$T \cdot \cos \theta - (P - T \cdot \sin \theta) \cdot \mu_s = m \cdot a = 0$  *repouso*

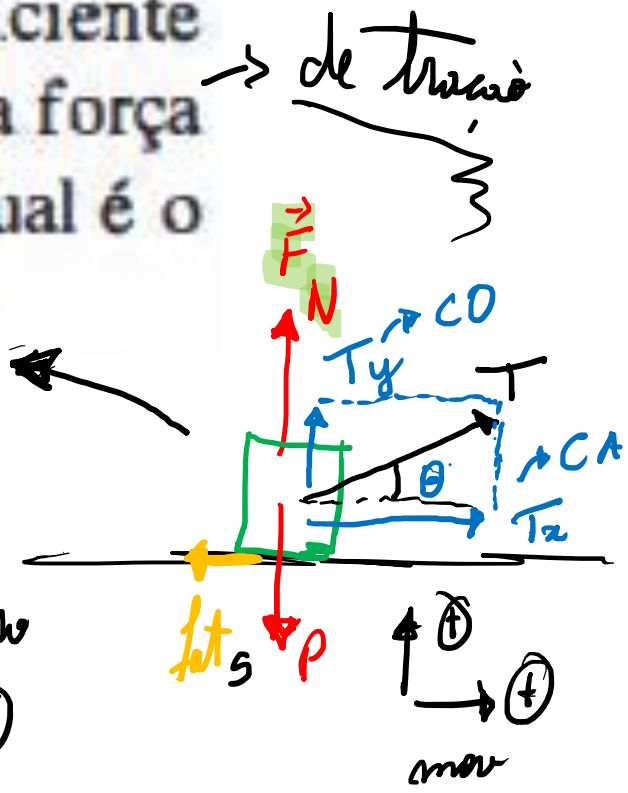
$T \cdot \cos \theta - P \cdot \mu_s + T \cdot \sin \theta \cdot \mu_s = 0$

$T \cdot \cos \theta + T \cdot \sin \theta \cdot \mu_s = P \cdot \mu_s$

$T \cdot (\cos \theta + \sin \theta \cdot \mu_s) = m \cdot g \cdot \mu_s$

$T = \frac{m \cdot g \cdot \mu_s}{\cos \theta + \sin \theta \cdot \mu_s}$   
 $T = \frac{68 \cdot 9,81 \cdot 0,50}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ \cdot 0,50}$   
 $T = 304 \text{ N}$

$\vec{F}_{R_y} = m \cdot \vec{a}$   
 $F_N + T_y - P = m \cdot 0$   
 $F_N = P - T_y$   
 $F_N = P - T \cdot \sin \theta$



$\cos \theta = \frac{CA}{H} \Rightarrow \cos \theta = \frac{T_x}{T}$

$T_x = T \cdot \cos \theta$

$T_y = T \cdot \sin \theta$

# Força de Arrasto $\vec{D}$

$$D = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

*C: coeficiente de arrasto*

*$\rho$ : massa específica do ar*

*A: área de seção reta efetiva*

*v: velocidade, perpendicular a área.*



# Velocidade Terminal

$$F_{res,y} = m \cdot a_y ; D = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

# Velocidade Terminal

*Exemplo:* Uma gota de chuva de raio  $R = 1,5 \text{ mm}$  cai de uma nuvem que está a uma altura  $h = 1200 \text{ m}$  acima do solo. O coeficiente de arrasto  $C$  da gota é 0,60. Suponha que a gota permanece esférica durante toda a queda. A massa específica da água,  $\rho_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  e a massa específica do ar,  $\rho_{ar} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**a)** Qual é a velocidade terminal?

**b)** Qual seria a velocidade da gota imediatamente antes do impacto com o chão se não existisse a força de arrasto.

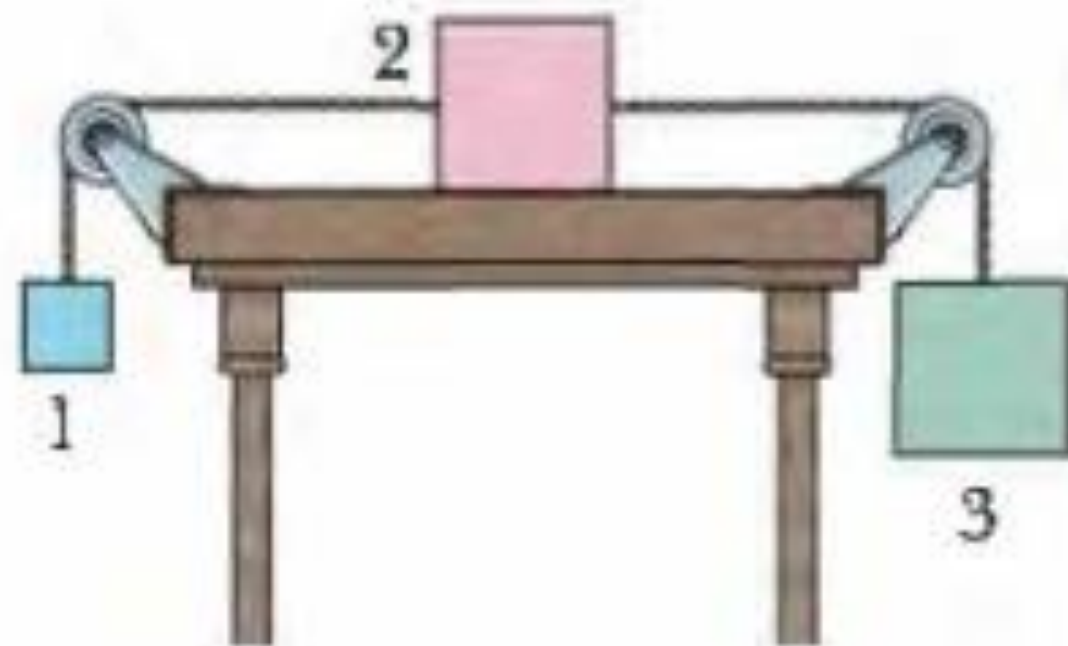
*Exemplo:* Uma gota de chuva de raio  $R = 1,5 \text{ mm}$  cai de uma nuvem que está a uma altura  $h = 1200 \text{ m}$  acima do solo. O coeficiente de arrasto  $C$  da gota é 0,60. Suponha que a gota permanece esférica durante toda a queda. A massa específica da água,  $\rho_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  e a massa específica do ar,  $\rho_{ar} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

a) Qual é a velocidade terminal?

*Exemplo:* Uma gota de chuva de raio  $R = 1,5 \text{ mm}$  cai de uma nuvem que está a uma altura  $h = 1200 \text{ m}$  acima do solo. O coeficiente de arrasto  $C$  da gota é 0,60. Suponha que a gota permanece esférica durante toda a queda. A massa específica da água,  $\rho_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  e a massa específica do ar,  $\rho_{ar} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**b)** Qual seria a velocidade da gota imediatamente antes do impacto com o chão se não existisse a força de arrasto.

**••23** Quando os três blocos da Fig. 6-29 são liberados a partir do repouso, aceleram com um módulo de  $0,500 \text{ m/s}^2$ . O bloco 1 tem massa  $M$ , o bloco 2 tem massa  $2M$  e o bloco 3 tem massa  $2M$ . Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco 2 e a mesa?



**Figura 6-29** Problema 23.