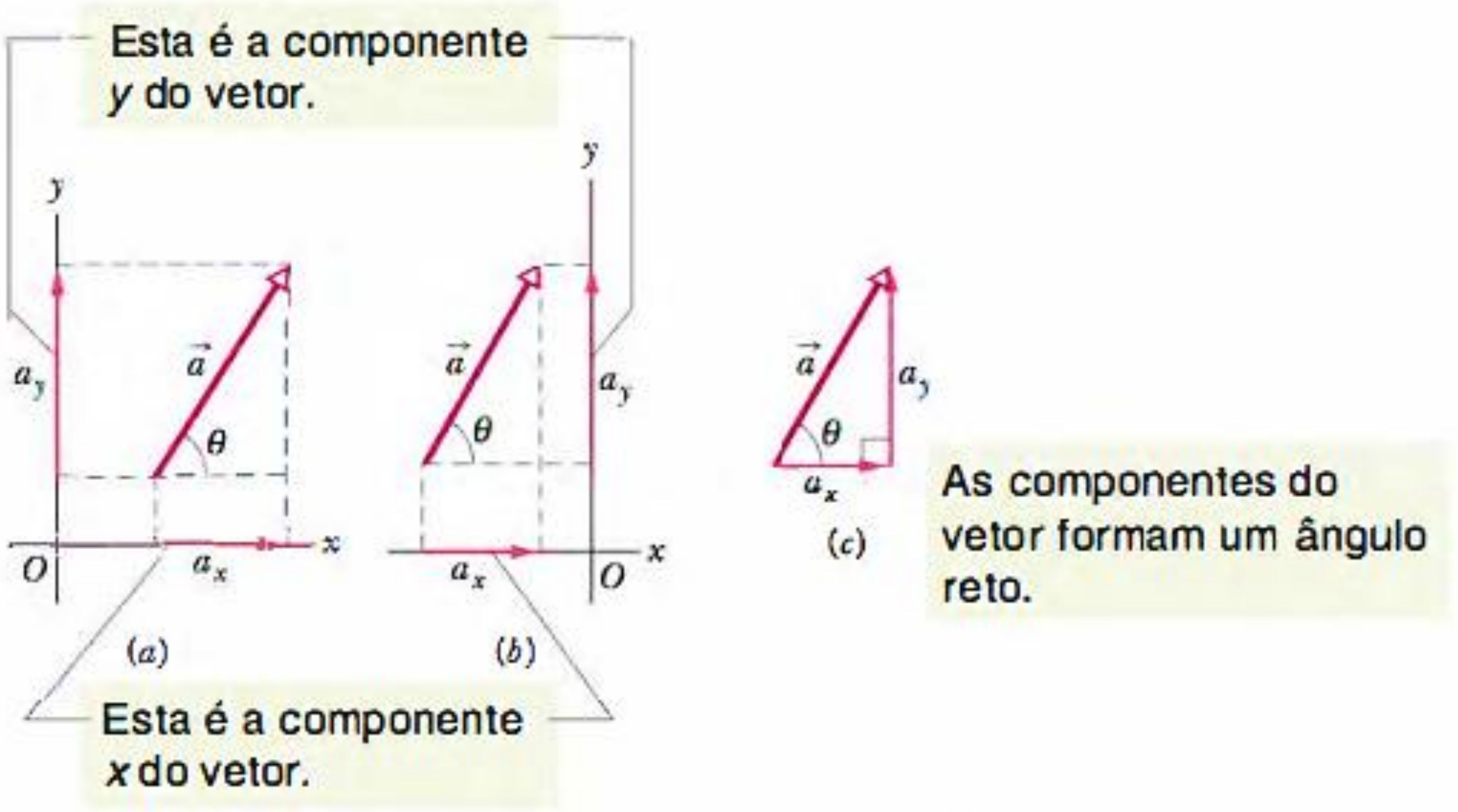
Módulo I – Cinemática

Yuri Zanerippe Miguel

Conteúdo

- Vetores;
- Vetores Unitários;
- Vetores e as Leis da Física;
- Movimento em duas e três dimensões;
- Movimento de Projéteis;
- Movimento Circular Uniforme.

REVISÃO E RESUMO DE VETORES



REVISÃO E RESUMO DE VETORES

Componentes de um vetor

$$a_x = a\cos\theta$$

$$a_y = a\,\text{sen}\theta$$

Módulo de um vetor

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Ângulo de um vetor

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x}$$

VETORES UNITÁRIOS

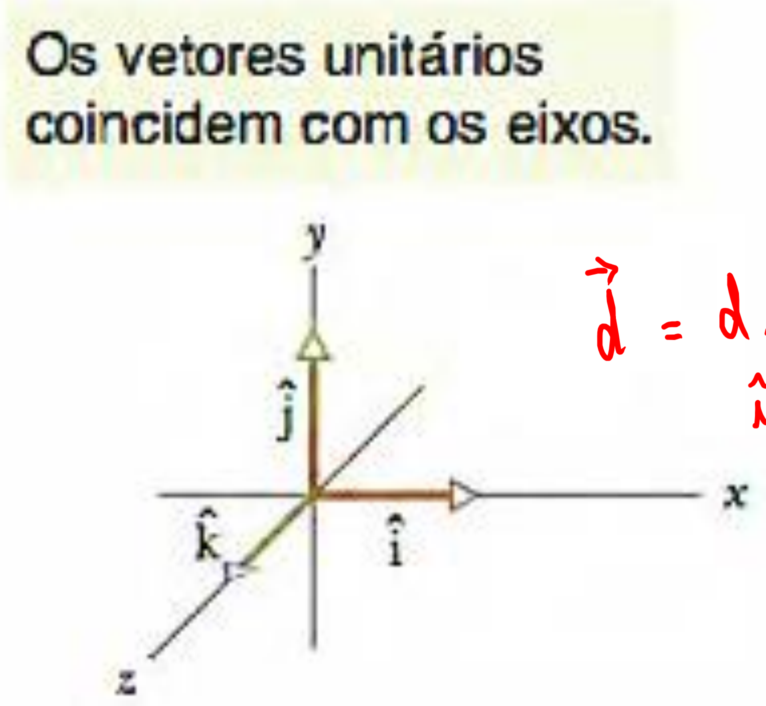
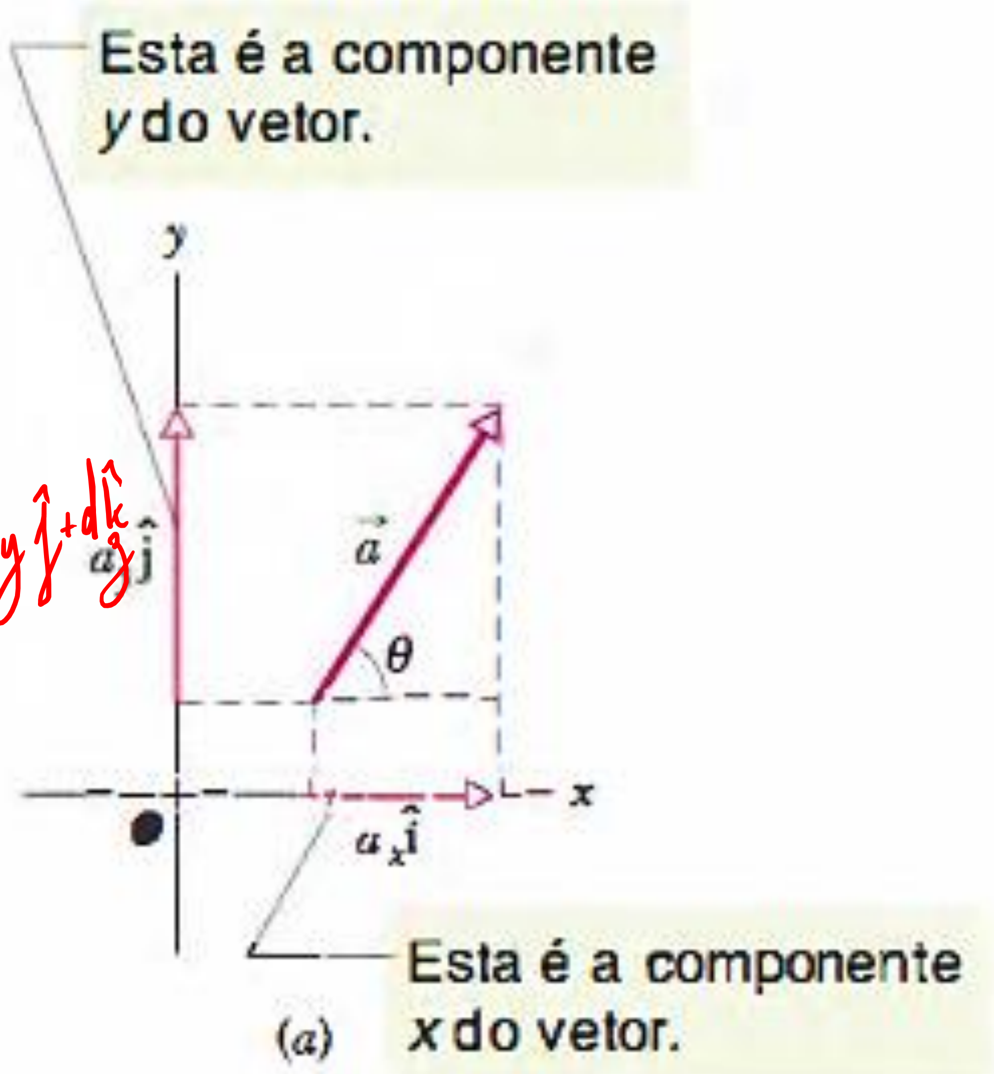


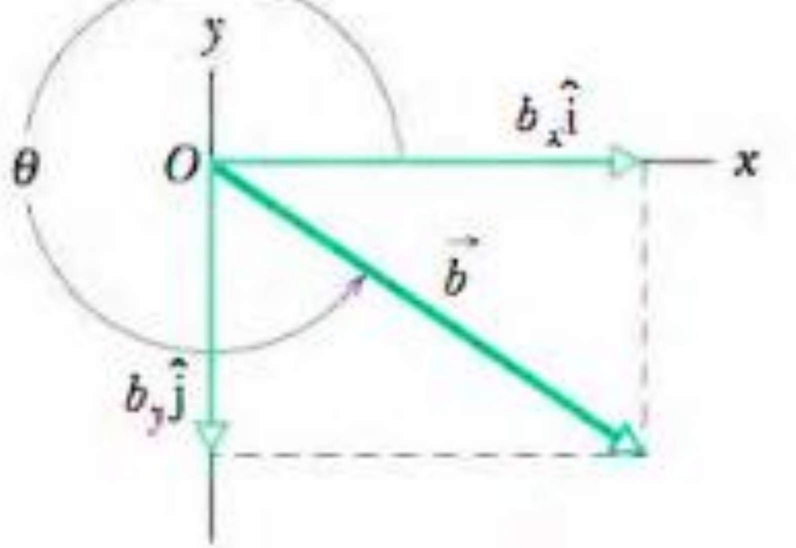
Figura 3-13 Os vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ definem os sentidos positivos de um sistema de coordenadas dextrogiro.

$$\vec{d} = d_x + d_y + d_z$$
$$\hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$$

$$\vec{d} = d_x\hat{i} + d_y\hat{j} + d_z\hat{k}$$



VETORES UNITÁRIOS



(*b*)

Figura 3-14 (*a*) Componentes vetoriais do vetor $\vec{a}$. (*b*) Componentes vetoriais do vetor $\vec{b}$.

VETORES UNITÁRIOS

Componetes

$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} \Rightarrow \vec{a} = \overbrace{\left(2{,}0\,\frac{m}{s^2}\right)}\hat{\imath} - \overbrace{\left(1{,}0\,\frac{m}{s^2}\right)}\hat{\jmath}$

$\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath}$

Soma de vetores a partir das componetes

$$r_x = a_x + b_x$$

$$r_y = a_y + b_y$$

Produto vetorial

Entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$: $\vec{a} \times \vec{b}$ *resulta em um vetor* $\vec{c}$

$$c = ab\text{sen}\phi$$

MOVIMENTO BALÍSTICO

$$\vec{v} = (10\,m/s)\,\hat{i} + (2,0\,m/s)\,\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\imath} + v_{0y}\hat{\jmath}}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \end{cases}$$

No movimento balístico, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes, ou seja, um não afeta o outro.

ANÁLISE DO MOVIMENTO BALÍSTICO

HORIZONTAL

$x - x_0 = v_{0x}t$

$Como\ v_{0x} = v_0\cos\theta_0, temos$:

$x - x_0 = (v_0\cos\theta_0)t$

VERTICAL

$Como\ v_{0y} = v_0\mathrm{sen}\theta_0, temos$:

$v_y = v_{0y} + g.t$

$v_y = v_0\mathrm{sen}\theta_0 \ + g.t$

$$y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}g.t^2$$

$$y - y_0 = v_0\mathrm{sen}\theta_0 t + \frac{1}{2}g.t^2\ E$$

$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$

$v_y^2 = (v_0\mathrm{sen}\theta_0)^2 - 2g(y - y_0)$

ANÁLISE DO MOVIMENTO BALÍSTICO

EQUAÇÃO DA TRAJETÓRIA

$$y = (\tan\theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

ALCANCE HORIZONTAL

$$R = \frac{2v_0^2}{g}\,\mathrm{sen}2\theta_0$$

••15 Uma partícula deixa a origem com uma velocidade inicial $\vec{v}_0 = (3{,}00\hat{i})$ m/s e uma aceleração constante $\vec{a} = (-1{,}00\hat{i} - 0{,}500\hat{j})$ m/s². Quando a partícula atinge o máximo valor da coordenada x, quais são (a) a velocidade e (b) o vetor posição?

$\hookrightarrow \vec{v} = (0\,m/s)\hat{i} + (-1{,}5\,m/s)\hat{j}$

Origem $\Rightarrow \vec{r}_0 = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$

$\vec{v}_0 = (3{,}00\hat{i})$ m/s

$\hookrightarrow x$ Em y $v_{0y} = 0$

$\vec{a} = (-1{,}00\hat{i} - 0{,}500\hat{j})$ m/s²

$\downarrow x$ $\downarrow y$

b) Origem $\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j})$ m

$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$

$x = 0 + 3{,}00 \cdot 3 + \frac{(-1{,}00) \cdot 3^2}{2}$

$x = 9{,}00 - 4{,}50 = 4{,}50$ m

$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$

$y = 0 + 0 \cdot 3 + \frac{(-0{,}5) \cdot 3^2}{2}$

$y = -2{,}25$ m

$\vec{r} = r_x\hat{i} + r_y\hat{j}$

$\vec{r} = (4{,}50\,m)\hat{i} - (2{,}25\,m)\hat{j}$

a)

Em y

$v_{0y} = 0$

$v_y = ?$ após 3 s

$a_y = -0{,}5$ m/s²

$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$

$v_y = 0 + (-0{,}5) \cdot 3{,}0$

$v_y = -1{,}5$ m/s

Em x:

$v_{0x} = 3{,}00$ m/s

$a_x = -1{,}00$ m/s²

$v_x = 0 \rightsquigarrow$ máx desloc. em x

$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$

$0 = 3 + (-1{,}00) \cdot t$

$\frac{-3}{-1{,}00} = t \Rightarrow t = 3{,}0$ s

••16 A velocidade $\vec{v}$ de uma partícula que se move no plano xy é dada por $\vec{v} = (6{,}0t - 4{,}0t^2)\hat{i} + 8{,}0\hat{j}$, com $\vec{v}$ em metros por segundo e t (>0) em segundos. (a) Qual é a aceleração no instante $t = 3{,}0$ s? (b) Em que instante (se isso é possível) a aceleração é nula? (c) Em que instante (se isso é possível) a velocidade é nula? (d) Em que instante (se isso é possível) a velocidade escalar da partícula é igual a 10 m/s?

Obs.: $v = \dfrac{dx}{dt}$; $a = \dfrac{dv}{dt}$

variável

$\vec{v} = (\underbrace{6{,}0t - 4{,}0t^2}_{v_x})\hat{i} + \underbrace{8{,}0\hat{j}}_{v_y}$

↳ velocidade

$v_y \Rightarrow$ é CTE

$v_x = (6{,}0t - 4{,}0t^2)$ m/s

$v_y = 8{,}0$ m/s

a) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$\vec{a} = \dfrac{d}{dt}\left[(6{,}0t^1 - 4{,}0t^2)\hat{i} + (8{,}0)\hat{j}\right]$

a derivada de uma CTE = 0

$\vec{a} = (1 \cdot 6{,}0 \cdot t^0 - 2 \cdot 4{,}0 \cdot t^1)\hat{i} + 0\hat{j}$

↳ y

$\vec{a} = (6{,}0 - 8{,}0 \cdot t)\hat{i}$

↳ x

em $t = 3$

$\vec{a} = (6{,}0 - 8{,}0 \cdot 3)\hat{i}$

$\vec{a} = (-18 \text{ m/s}^2)\hat{i}$

b) $a = 0$ em y, $a_y = 0$

$a_x = 6{,}0 - 8{,}0t$

$0 = 6{,}0 - 8{,}0t$

$\dfrac{-6{,}0}{-8{,}0} = t \Rightarrow t = 0{,}75$ s

c) $v = 0$

$v_x = 0$ e v_y sempre > 0

$v_x = 6{,}0t - 4{,}0t^2$

$0 = 6{,}0t - 4{,}0t^2$

$0 = (6{,}0 - 4{,}0t) \cdot t$

$t' = 0$; $6{,}0 - 4{,}0t = 0 \Rightarrow t = \dfrac{-6{,}0}{-4{,}0} = 1{,}5$ s em x

o vetor v nunca será 0

$v_R = 10\,m/s$

$\hookrightarrow v$ escalar

$$v_R = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$(10)^2 = \left(\sqrt{(6{,}0t - 4{,}0t^2)^2 + 8{,}0^2}\right)^2$$

$$100 = (6{,}0t - 4{,}0t^2)^2 + 64$$

$$\sqrt{100-64} = 6{,}0t - 4{,}0t^2$$

$$\sqrt{36} = 6{,}0t - 4{,}0t^2$$

$$2 \div \quad 4{,}0t^2 - 6{,}0t \pm 6 = 0$$

$$2{,}0t^2 - 3{,}0t \pm 3 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$9{,}0$ $+24$

$$t = \frac{-(-3{,}0) \pm \sqrt{(-3{,}0)^2 - 4.2.\pm 3}}{2.2{,}0}$$

$\hookrightarrow \ominus$

$$t = \frac{3{,}0 \pm \sqrt{33}}{4{,}0}$$

$$t = \frac{3{,}0 \pm 5{,}74}{4}$$

$$t' = \frac{3{,}0 + 5{,}74}{4} = 2{,}19\,s$$

$$t'' = \frac{3{,}0 - 5{,}74}{4} = \frac{-2{,}74}{4} = -\ldots$$

•56 Um satélite da Terra se move em uma órbita circular, 640 km acima da superfície da Terra, com um período de 98,0 min. Quais são (a) a velocidade e (b) o módulo da aceleração centrípeta do satélite?

$T = 98{,}0\,\cancel{min} \cdot \frac{60\,s}{1\,min} = 5{,}88 \times 10^3\,s$

$R = 7{,}01 \times 10^6\,m$

a) $v = ?$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01 \times 10^6}{5{,}88 \times 10^3} = 7{,}49 \times 10^3\,m/s \cong$$

$$v = 7{,}5 \times 10^3\,m/s$$

b) $$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{7{,}5^2}{7{,}01 \times 10^6} = 8{,}00\,m/s^2$$

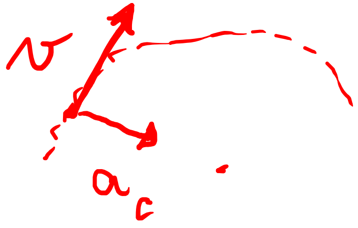
Mov. Circular Uniforme

$\Rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$ → raio da trajetória

T → Período

↳ tempo p/ 1 volta ou revolução.

$\Rightarrow a_c = \frac{v^2}{R}$

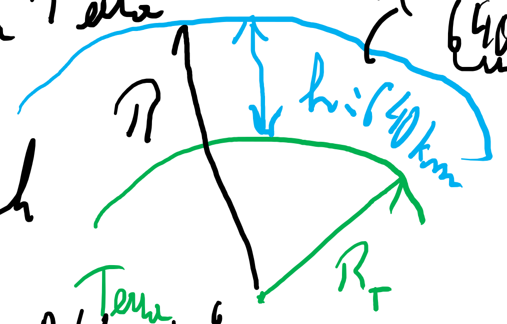


quilo = 10^3

↑

640 km → $640 \cdot 10^3\,m$

raio da Terra



$R = R_T + h$

$R = 6{,}37 \times 10^6\,m + 0{,}640 \times 10^6$

$R = 7{,}01 \times 10^6\,m$

•61 Quando uma grande estrela se torna uma *supernova*, o núcleo da estrela pode ser tão comprimido que ela se transforma em uma *estrela de nêutrons*, com um raio de cerca de 20 km. Se uma estrela de nêutrons completa uma revolução a cada segundo, (a) qual é o módulo da velocidade de uma partícula situada no equador da estrela e (b) qual é o módulo da aceleração centrípeta da partícula? (c) Se a estrela de nêutrons gira mais depressa, as respostas dos itens (a) e (b) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas?

$T = 1\,s$