MÁXIMOS E MÍNIMOS DE UMA FUNÇÃO

1. Verifique se a função $f(x) = x^2, x \in (-1, 1)$ tem mínimo ou máximo e em qual ponto.
2. Verifique se a função $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ tem mínimo ou máximo e em qual ponto.
3. Verifique se a função $f(x) = x^{2/3}, x \in \mathbb{R}$, tem mínimo ou máximo e em qual ponto.
4. Quais os pontos críticos da função $f(x) = x^3 - 3x^2, x \in \mathbb{R}$?
5. Quais os pontos críticos da função $f(x) = (x - 1)^{2/3}, x \in \mathbb{R}$?

FUNÇÕES CRESCENTES E DECRESCENTES

6. Dada a função $f(x) = x^3 - 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$, verifique em quais intervalos ela é crescente e em quais é decrescente.

CRITÉRIOS PARA DETERMINAR EXTREMOS DE UMA FUNÇÃO

7. Dada a função $f(x) = (x - 1)^{2/3}, x \in \mathbb{R}$, verifique se ela possui um ponto de mínimo ou máximo, se é local ou absoluto e qual valor.
8. Determinar os pontos de máximos e mínimos locais da função $f(x) = 2x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 8x^2, x \in \mathbb{R}$.

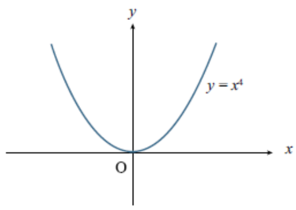
CONCAVIDADE E PONTOS DE INFLEXÃO

9. Analisar a concavidade das funções:

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$;

b) $f(x) = x^3 - 3x + 6, x \in \mathbb{R}$.

10. Verifique qual ponto de inflexão da função $f(x) = x^4, x \in [-1,1]$, cujo o gráfico é mostrado abaixo:



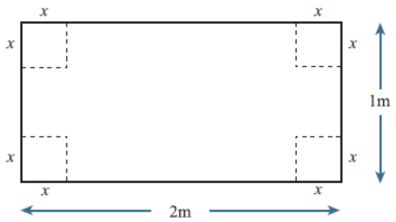
11. Verifique se a função $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, x \in \mathbb{R}$ possui pontos de inflexão e analise as concavidades.

ESBOÇO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

12. Esboce o gráfico da função $f(x) = x(x + 2)^2, x \in \mathbb{R}$.

PROBLEMAS DE MAXIMIZAÇÃO E MINIMIZAÇÃO

13. Pretende-se fazer uma caixa de papelão a partir de uma lâmina retangular de 1 metro de largura e 2 metros de comprimento, recortando-se quadrados iguais em cada canto da lâmina para obter os lados da caixa, como mostra a figura. Qual o comprimento dos lados dos quadrados para que o volume da caixa seja máximo?

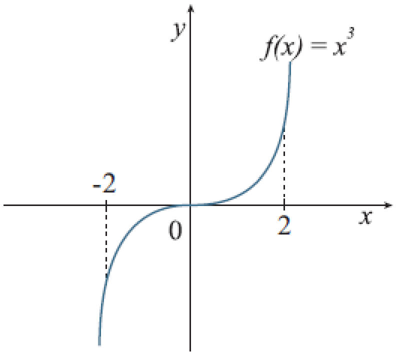


FÓRMULA DE TAYLOR

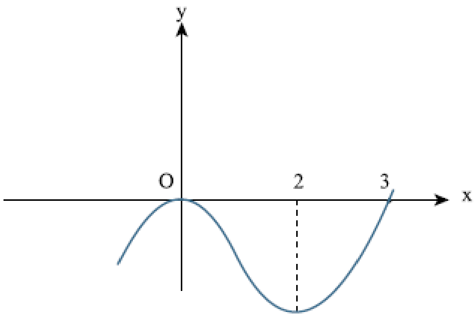
14. Calcule o polinômio de Taylor $T_n(x; 0)$ de grau n=1, 2, 3 da função $f(x) = e^x, x \in \mathbb{R}$, no ponto $x_0 = 0$.
15. Seja $f(x) = \ln x, x > 0$. Determine o polinômio de Taylor de f de grau 3, no ponto $x_0 = 1$. Em seguida, calcule um valor aproximado para $f(1, 1)$ e avalie o erro cometido na aproximação.

Lista II - Gabarito

1. Mínimo absoluto; x=0.
2. Não há máximo nem mínimo. Vide gráfico.



3. Possui mínimo no ponto x = 0.
4. x = 0 e x = 2.
5. x =1.
6. Crescente nos intervalos (-∞, 0) e (2,+∞) e decrescente no intervalo (0,2).

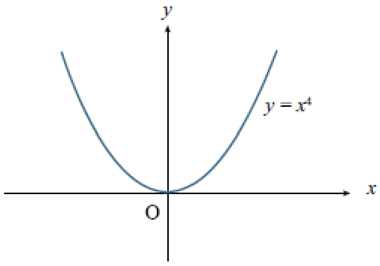


7. A função f é decrescente em (-∞,1) e crescente em (1,+∞); logo, f tem um mínimo absoluto em x_0 =1.
8. x_1 = 0 é ponto de máximo local enquanto que x_2=1, -2 são pontos de mínimo.
9.

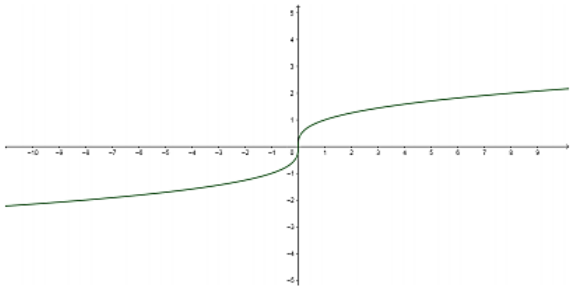
a) A função tem concavidade para cima em todo o seu domínio.

b) A função é côncava para cima em (0,+∞) e côncava para baixo em (-∞,0). A função muda de concavidade em x = 0, então este é um ponto de inflexão.

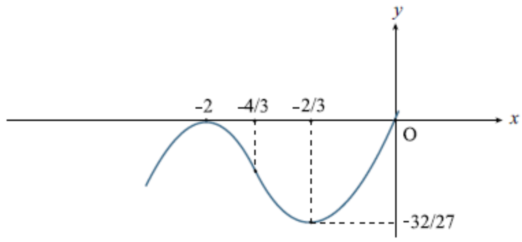
10. Concavidade sempre para cima, sem pontos de inflexão.



11. A f é côncava para cima em (-∞,0) e é côncava para baixo quando (0,+∞). Em x=0 o gráfico tem um ponto de inflexão.



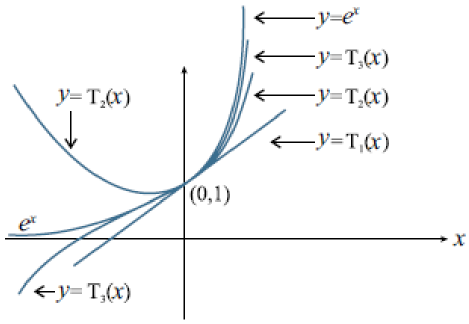
12.



13. $x = \frac{3-\sqrt{3}}{6}m$
14. $T_1(x;0) = 1 + x$

$$T_2(x;0) = 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$T_3(x;0) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$



15. $T_3(x;1) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3$

$\ln(1{,}1) = 0{,}09533 + R\,(1{,}1;\ 1)$, onde

$R_3(1{,}1;1) = -\frac{(0{,}1)^4}{4c^4}$ para algum c ∈[1; 1,1]

Portanto, $|R_3| < \frac{(0{,}1)^4}{4} = 0{,}000025$