

Taxa de Variação

1) A variação média de sua altura nesse intervalo de tempo é:

$$\frac{150 - 50}{5} = 20 \text{ cm/ano}$$

Isso significa que a árvore cresceu 20 cm a cada ano, em média.

Observe que a taxa média de variação pode ser entendida como uma velocidade. Assim, podemos dizer que a velocidade de crescimento da árvore foi de 20 cm ao ano.

2) $S_0 = 100 \text{ km}$
 $S_f = 200 \text{ km}$
 $t = 2 \text{ h}$

a variação média da posição do carro durante a viagem é, portanto

$$\frac{S_f - S_0}{t} = \frac{200 - 100}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ km/h}$$

Isso significa que, a cada hora, o carro percorreu, em média, 50 km. Podemos dizer que a velocidade do carro foi de 50 km por hora.

Em resumo, a taxa de variação média de uma função que descreve a posição de um móvel num dado intervalo de tempo é a velocidade do móvel.

3) $S_0 = 100 \text{ km}$

$V_0 = 0$

$S_f = 200 \text{ km}$

$t = 2 \text{ h}$

$V_f = 100 \text{ km/h}$

$a = ?$

$$a_m = \frac{V_f - V_0}{t}$$

$$a_m = \frac{100 - 0}{2}$$

$$a_m = \frac{100}{2} = 50 \frac{\text{km/h}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

Portanto, a função que descreve a velocidade do carro cresce, em média, 50 km/h , a cada hora. A taxa de variação média de uma função que descreve a velocidade de um móvel num dado intervalo de tempo, é a aceleração média do móvel.

4) $s(t) = 4t^2 + 3t - 5$ a velocidade $v(t)$ de um móvel no instante t é a derivada da função $f(t)$ que descreve a posição do móvel, no instante t .

$v = ?$

$t_0 = 2 \text{ s}$

$$v(t) = f'(t)$$

Neste exercício temos $v(t) = s'(t)$, ou seja,

$$v(t) = (4t^2 + 3t - 5)' = 4 \cdot 2 \cdot t + 3 - 0 = 8t + 3$$

No instante $t = 2 \text{ s}$, temos:

$$v(2) = 8 \cdot 2 + 3 = 19 \text{ m/s}$$

5) A aceleração instantânea $a(t)$ de um móvel no instante t é a derivada da função velocidade $v(t)$: $a(t) = v'(t)$.

Como $v(t) = f'(t)$ e $v'(t) = f''(t)$, segue que a aceleração instantânea é a derivada de 2ª ordem da função posição: $a(t) = f''(t)$.

Portanto, $a(t) = v'(t) = (8t+3)'$
 $a(t) = 8 \text{ m/s}^2$

Diferencial

6) A diferencial de $y = x^2$ é $dy = 2x dx$.
Em $x=1$, $dy = 2 \cdot 1 dx = 2 dx$.

$1 + dx = 1,001 \Rightarrow dx = 1,001 - 1 = 0,001$ logo,
 $dy = 2 \cdot 0,001 = 0,002$.

O valor do acréscimo Δy é:

$$\Delta y = f(1 + dx) - f(1) = (1,001)^2 - 1^2 = 0,002001$$

O erro que se comete ao se fazer a aproximação $\Delta y \approx dy$ é igual a $\Delta y - dy = 0,000001$ mm número muito pequeno. A aproximação pode ser considerada muito boa.

$$f) f(x) = a \cdot x \quad ; \quad f'(x) = (ax)' = a \text{ para todo } x$$

$$\text{Sejam ent\~{a}s } dy = f'(x_0) \cdot \Delta x$$

$$\underline{dy = a \cdot \Delta x}$$

Em particular, se $a = 1$, temos $y = x$ e

$$dy = \Delta x$$

ou seja, $dx = \Delta x$.

Assim, escrevemos tamb\~{e}m

$$\underline{dy = f'(x_0) \cdot dx}$$

para indicar a diferencial da fun\~{c}\~{a}o $y = f(x)$.

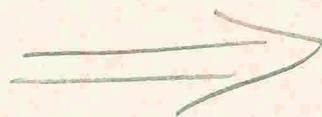
8) $f(x) = \sqrt{x}$. O ponto x_0 mais pr\~{o}ximo de 50 cuja raiz quadrada se obt\~{e}m imediatamente \u00e9 49. Assim, tomamos $x_0 = 49$ e temos

$$\Delta x = 50 - 49 = 1$$

$$f'(x) = (\sqrt{x})' = (x^{1/2})' = \frac{1}{2} x^{-1/2} = \frac{1}{2x^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{obtemos } f'(49) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{2 \cdot 7} = \frac{1}{14} \text{ e}$$

$$dy = f'(49) \cdot \Delta x = \frac{1}{14} \cdot 1 = \frac{1}{14} \text{ logo,}$$



cont. $\sqrt{50} = f(50)$
 $\approx f(49) + dy$
 $= \sqrt{49} + \frac{1}{14}$
 $= 7 + \frac{1}{14}$

$$= \frac{99}{14} \approx 7,0714$$

9) Tomando " $f(x) = e^x$ " e $x_0 = 1$, temos,

$$\Delta x = x - x_0 = 0,9 - 1 = -0,1$$

De $f'(x) = (e^x)' = e^x$

$$f'(x_0) = f'(1) = e^1 = e$$

$$dy = f'(1) \cdot \Delta x$$

$$= e \cdot (-0,1) = -\frac{e}{10}$$

Logo, $e^{0,9} = f(0,9)$

$$\approx f(1) + dy$$

$$= e - \frac{e}{10}$$

$$= \frac{9e}{10} \approx 2,44645$$