

DERIVADAS IMPLÍCITAS

1) Dadas as equações, determinar $\frac{dy}{dx}$, a derivada de y em relação a x .

a) $x^3 + y^3 = 8$

f) $xy^2 + 2y^3 = x - 2y$

b) $4x^2 - 9y^2 = 17$

g) $x^2y^2 + x\text{sen}y = 0$

c) $\cos(x + y) + \text{sen}(x + y) = \frac{1}{3}$

h) $e^{x^2} + \ln y = 0$

d) $\text{tg}(x + y) = 4$

i) $\frac{2x + 3y}{x^2 + y^2} = 9$

e) $e^{\cos x} + e^{\text{sen}y} = \frac{1}{4}$

j) $\text{sen} \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

DERIVADA DA FUNÇÃO INVERSA

2) Para cada equação a seguir, determine y' .

a) $(x - 1)^2 + y^2 = 3$

b) $x^3 - (y + 3)^2 = xy$

c) $(5 - x)^2 + xy = x$

d) $(x - 2)^3 + xy = y^3$

3) Dada $f(x) = x^5 + 4$, determine se existir:

a) $(f^{-1})'(5)$

b) $(f^{-1})'(3)$

c) $(f^{-1})'(4)$

d) $(f^{-1})'(247)$

DERIVADAS SUCESSIVAS

4) Seja $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$. Obtenha $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{(IV)}(x)$ e $f^{(n)}(x)$ para n qualquer.

5) Seja $g(t) = \text{sen } t + \cos t$. Calcule a derivada de ordem 35 de g .

Respostas:

1)

$$a) \frac{dy}{dx} = -\frac{x^2}{y^2}$$

$$f) \frac{dy}{dx} = \frac{1-y^2}{2xy+6y^2+2}$$

$$b) \frac{dy}{dx} = \frac{4x}{9y}$$

$$g) \frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^2 - \text{sen}y}{2x^2y + x \cos y}$$

$$c) \frac{dy}{dx} = -1$$

$$h) \frac{dy}{dx} = -2xe^{x^2} \cdot y$$

$$d) \frac{dy}{dx} = -1$$

$$i) \frac{dy}{dx} = \frac{2-18x}{18y-3}$$

$$e) \frac{dy}{dx} = \frac{\text{sen}x \cdot e^{\cos x}}{\cos y \cdot e^{\text{sen}y}}$$

$$j) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

2)

$$a) \frac{1}{3^2 \sqrt{(x+8)^2}}$$

$$b) \frac{1}{15} \sqrt[5]{\left(\frac{3}{x-6}\right)^4}$$

$$c) -\frac{1}{9}$$

$$d) \frac{3x^2}{2}$$

3)

$$a) \frac{1}{5}$$

$$b) \frac{1}{5}$$

c) Não existe

$$d) \frac{1}{405}$$

4)

$$f'(x) = 4x^3 + 6x;$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6;$$

$$f'''(x) = 24x;$$

$$f^{(IV)}(x) = 24. \quad f^{(n)}(x) = 0, \quad \forall n \geq 5$$

5)

$$g^{(35)}(t) = g'''(t) = -\cos t + \text{sen} t$$