



# **FUNÇÕES: CONCEITOS BÁSICOS**

Aula III - Parte 1



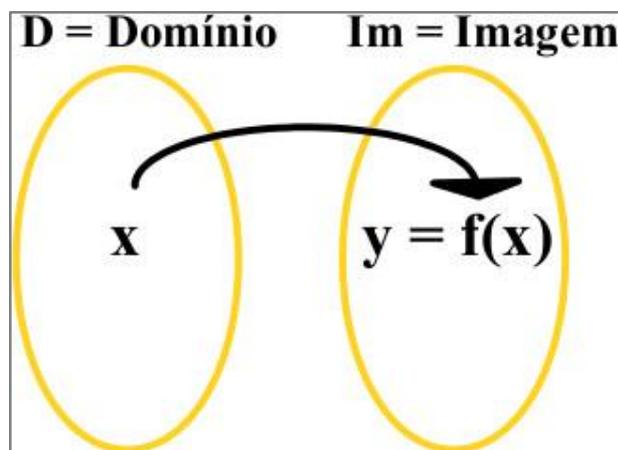
# Conceitos básicos

- Uma **função** é uma regra que relaciona **cada elemento** de um conjunto a um **único** elemento de outro. O primeiro conjunto é chamado de domínio, e o segundo, contradomínio da função.
- A função determina uma relação entre os elementos de dois conjuntos. Podemos defini-la utilizando uma lei de formação, em que, para cada valor de  $x$ , temos um valor de  $f(x)$ . Chamamos  $x$  de **domínio** e  $f(x)$  ou  $y$  de **imagem** da função.

# Conceitos básicos

- A formalização matemática para a definição de função é dada por: Seja  $X$  um conjunto com elementos de  $x$  e  $Y$  um conjunto dos elementos de  $y$ , temos que:

$$f: x \rightarrow y$$



- Assim sendo, cada elemento do conjunto  $x$  é levado a um único elemento do conjunto  $y$ . Essa ocorrência é determinada por uma lei de formação.

# Conceitos básicos

Exemplo: Qual das relações abaixo é uma função?

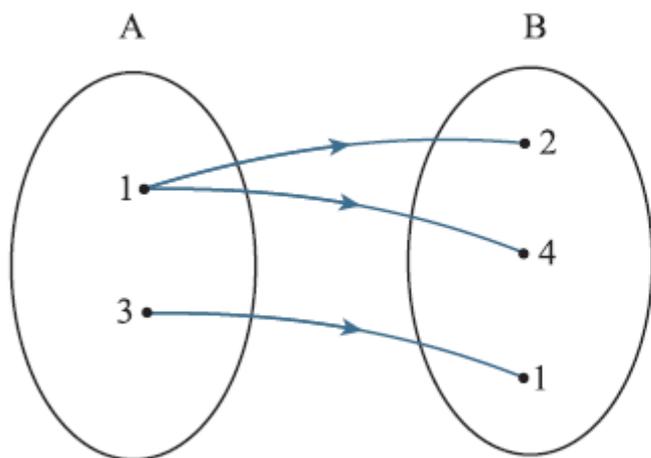


Figura 1

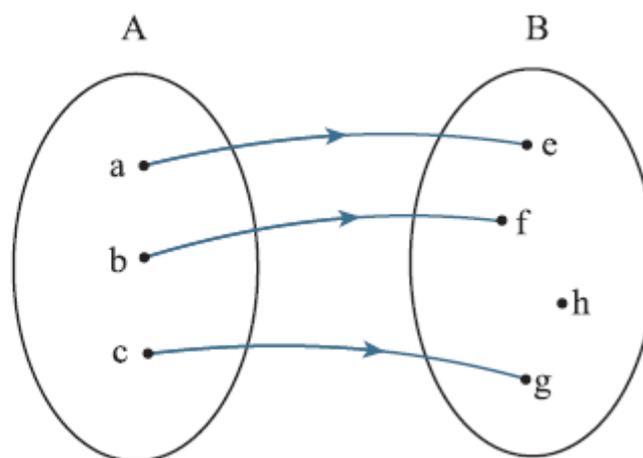


Figura 2



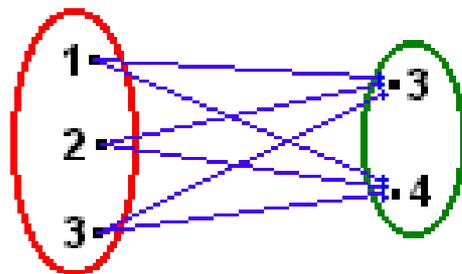
# Conceitos básicos

## Resposta:

- **Figura 1:** A relação não é uma função, pois o elemento 1 é associado a mais de um elemento de B.
- **Figura 2:** A relação é uma função, pois cada elemento de A é associado a um único elemento de B. O conjunto imagem é {e, f, g}.
- A partir dessa definição, é possível constatar que  $x$  é a variável independente e que  $y$  é a variável dependente. Isso porque, em toda função, para encontrar o valor de  $y$ , devemos ter inicialmente o valor de  $x$ .

# Produto cartesiano

- Sejam os conjuntos  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Com auxílio do diagrama de flechas ao lado, formaremos o conjunto de todos os pares ordenados em que o 1º elemento pertença ao conjunto A e o 2º pertença ao conjunto B.



- Assim, obtemos o conjunto:  $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$
- Esse conjunto é denominado produto cartesiano de A por B, sendo indicado por:

$$x \in A \text{ e } y \in B.$$



# Produto cartesiano

Logo,

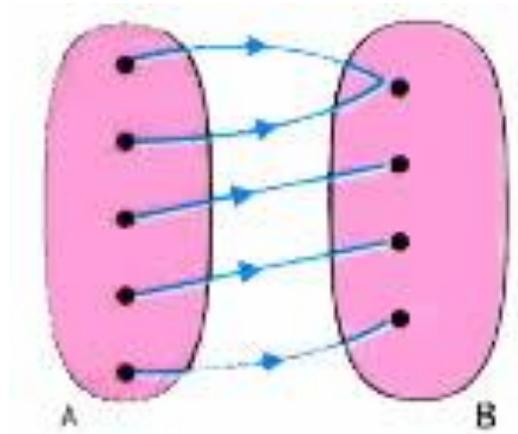
- Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , não-vazios, denominamos **produto cartesiano**  $A \times B$  o conjunto de todos os pares ordenados  $(x, y)$  onde  $x \in A$  e  $y \in B$ .

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$$

# Propriedades de uma função

## Função sobrejetora

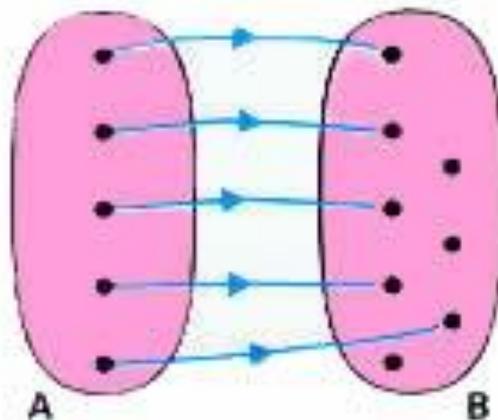
- Dizemos que uma função é sobrejetora se, e somente se, o seu conjunto imagem for igual ao contradomínio, isto é, se  $Im=B$ . Em outras palavras, não pode sobrar elementos no conjunto B sem receber flechas. Exemplo:



# Propriedades de uma função

## Função injetora

- A função é injetora se elementos distintos do domínio tiverem imagens distintas, ou seja, dois elementos não podem ter a mesma imagem. Portanto, não pode haver nenhum elemento no conjunto B que receba duas flechas. Exemplo:



Por exemplo, a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 3x$  é injetora, pois se  $x_1 \neq x_2$  então  $3x_1 \neq 3x_2$ , portanto  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .



# Propriedades de uma função

## Função bijetora

Uma função é bijetora quando ela é sobrejetora e injetora ao mesmo tempo. Por exemplo, a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $y=3x$  é injetora, como vimos no exemplo anterior. Ela também é sobrejetora, pois  $\text{Im}=\text{B}=\mathbb{R}$ . Logo, esta função é bijetora.

Já a função  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definida por  $y=x+5$  não é sobrejetora, pois  $\text{Im}=\{5,6,7,8,\dots\}$  e o contradomínio  $\text{CD}=\mathbb{N}$ , mas é injetora, já que valores diferentes de  $x$  têm imagens distintas. Então essa função não é bijetora.



# Exercícios

*Resolver os exercícios 1 a 5 da lista III.*



# Tarefa

Resolva o seguinte exercício da lista II e envie pelo moodle:

3. Dados os conjuntos  $A = \{2, 3, 4\}$  e  $B = \{4, 5\}$ , estabeleça os seguintes produtos cartesianos:

a)  $A \times B$

b)  $B \times A$

c)  $B \times B$



# Referências

- BOTH, N. T. e BURIN, N. E. **Pré-Cálculo**. UFSC/EAD/CED/CFM, Santa Catarina, 2006.
- GIOVANNI, J. R., BONJORNO, J. R., GIOVANNI JR, J. R. **Matemática Fundamental**, 2º grau. São Paulo: FTD, 1994.
- SÓ MATEMÁTICA. **Ensino fundamental: Produto Cartesiano**. Disponível em:  
<https://www.somatematica.com.br/fundam/produtocartesiano.php>  
Acesso em: 01 set. 2020.
- SÓ MATEMÁTICA. **Ensino médio: Propriedades de uma função**. Disponível em:  
<https://www.somatematica.com.br/emedio/funcoes/funcoes6.php>  
Acesso em: 01 set. 2020.