Definição. Seja $f(x)$ uma função limitada definida no intervalo fechado [a, b] e seja P uma partição qualquer de [a, b]. A integral de $f(x)$ no intervalo [a, b], denotada por $\int_a^b f(x)dx$, é dada por

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n \to +\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,.\,\Delta x_i\,,$$

desde que o limite do segundo membro exista.

Propriedades da Integral

P1. Se a função f (x) é integrável no intervalo fechado [a, b] e se k é uma constante real qualquer, então

$$\int_a^b k\,f(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$$

P2. Se as funções f (x) e g(x) são integráveis em [a, b], então f (x) $\pm$ g(x) é integrável em [a, b] e

$$\int_a^b \big(f(x) \pm g(x)\big)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx$$

P3. Se a $<$ c $<$ b e a função f (x) é integrável em [a, c] e em [c, b] , então f (x) é integrável em [a, b] e

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

P4. Se a função f (x) é integrável e se f (x) $\geq$ 0 para todo x em [a, b], então

$$\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$$

P5. Se as funções f (x) e g(x) são integráveis em [a, b] e f (x) $\geq$ g(x) para todo x em [a, b] , então

$$\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx.$$

P6. Se f (x) é uma função integrável em [a, b], então f (x) é integrável em [a, b] e

$$\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|\,dx$$

Teorema Fundamental do Cálculo (TFC). Se a função $f(x)$ é integrável no intervalo fechado [a, b] e se $F(x)$ é uma função de $f(x)$ neste intervalo, então

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Costuma-se escrever $F(x)\big|_a^b$ para indicar $F(b) - F(a)$.