

## Aplicações da Derivada – Lista I

### TAXA DE VARIAÇÃO

1. Suponha que no intervalo de 5 anos, uma árvore cresceu de 50 cm para 150 cm. Calcule a variação média de sua altura.
2. Um carro, inicialmente no quilômetro 100 de uma rodovia, chega ao quilômetro 200 após 2 horas de viagem. Calcule a variação média de sua posição.
3. Para atingir o seu destino em duas horas o carro do exercício anterior, teve que percorrer em média 50 km em cada hora de viagem. Isso não significa que a velocidade do carro foi sempre igual à velocidade média. Ela pode ter variado. Suponha que inicialmente no quilômetro 100 o carro estava parado e, portanto, sua velocidade era zero km/h no instante inicial e, ao atingir o quilômetro 200, duas horas depois, sua velocidade é 100km/h. Calcule a aceleração média do carro nestas duas horas de viagem.
4. A posição de um móvel (em metros) no instante  $t$  é dada pela função  $s(t) = 4t^2 + 3t - 5$ . Calcule a sua velocidade no instante  $t_0 = 2s$ .
5. Calcule a aceleração do móvel do exercício anterior no instante  $t=2s$ .

### DIFERENCIAL

6. Calcule um valor aproximado para o acréscimo  $\Delta y$  da função  $y = x^2$  no intervalo de  $x = 1$  a  $1 + dx = 1,001$ .
7. Calcule a diferencial de  $f(x) = ax$ , num ponto arbitrário  $x_0$ .
8. Através da diferencial, obter uma aproximação de  $\sqrt{50}$ .
9. Obter uma aproximação de  $e^{0,9}$  através da diferencial.

### REGRA DE L'HOSPITAL

10. Calcular:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(6x)}{4x}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$
11. Calcular  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[ \left(1 - \frac{2x}{\pi}\right) \text{tg} x \right]$ .
12. Calcular  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right)$ .
13. Calcular:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

### TEOREMAS DE ROLLE E DO VALOR MÉDIO

14. O polinômio  $f(x) = x^3 - 4x$  é uma função contínua e derivável para todo  $x \in \mathbb{R}$ , e  $f(2) = f(-2) = 0$ . Encontre  $x_0 \in (-2,2)$  onde  $f'(x_0) = 0$ .
  - a)  $f(x) = x^2, x \in [-1,4]$
  - b)  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}, x \in [-2,2]$
15. Verifique que as funções seguintes têm  $f'(x_0) = 0$  para algum  $x_0$  no intervalo dado, mas alguma hipótese do teorema de Rolle não é satisfeita.
16. Verifique se as condições do teorema do valor médio são satisfeitas pela função  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$  em  $[-1,2]$ . Determine os pontos desse intervalo onde se verifica a afirmação do teorema.

## Lista I - Gabarito

---

### TAXA DE VARIAÇÃO

1. 20 *cm/ano*
2. 50 *km/h*
3. 50 *km/h<sup>2</sup>*
4. 19 *m/s*
5. 8 *m/s<sup>2</sup>*

### DIFERENCIAL

6. 0,002001
7.  $a \cdot \Delta x$
8.  $\frac{99}{14} \cong 7,0714$
9.  $\frac{9e}{10} \cong 2,44645$

### REGRA DE L'HOSPITAL

10.
  - a)  $\frac{6}{4}$
  - b) 0
11.  $\frac{2}{\pi}$
12.  $-\frac{1}{2}$
13.
  - a)  $e$
  - b) 1

### TEOREMAS DE ROLLE E DO VALOR MÉDIO

14.  $x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$
15.
  - a)  $f(-1) = 1 \neq f(4) = 16$
  - b)  $[-2, 2] \not\subset \text{Dom}(f)$  pois  $-1 \notin \text{Dom}(f)$  e  $1 \notin \text{Dom}(f)$
16. Sim, são satisfeitas.  $x_0 = -1 + \sqrt{2}$