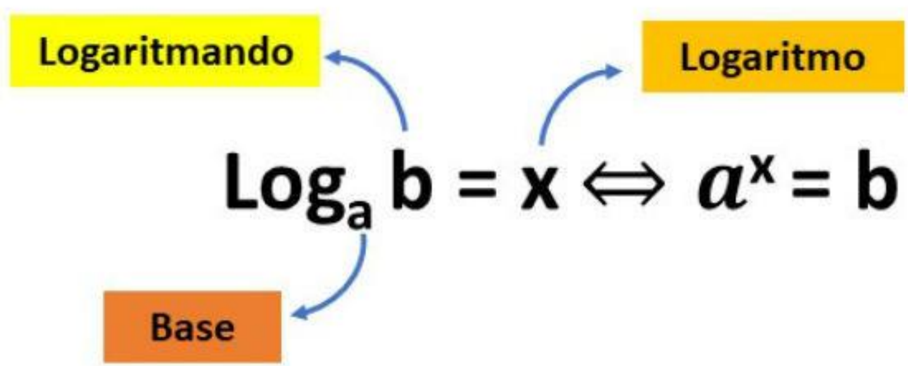
FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Aula V - Parte 4

Função logarítmica

- A função logarítmica de base **a** é definida como $f(x) = \log_a x$, com **a** real, positivo e **a** ≠ 1. A função inversa da função logarítmica é a função exponencial.
- O logaritmo de um número é definido como o expoente ao qual se deve elevar a base **a** para obter o número **x**, ou seja:



Exemplos

- $f(x) = \log_3 x$
- $g(x) = \lim_{\frac{1}{3}} x$
- $h(x) = \log_{10} x = \log x$

Domínio

- O domínio de uma função representa os valores de x onde a função é definida. No caso da função logarítmica, devemos levar em consideração as condições de existência do logaritmo.
- Portanto, o logaritmando deve ser positivo e a base também deve ser positiva e diferente de 1.

Domínio

Exemplo

Determine o domínio da função $f(x) = \log_2 (x+3)$.

Para encontrar o domínio, devemos considerar que $(x+3) > 0$, pela condição de existência do logaritmo. Resolvendo essa inequação, temos:

$$x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$$

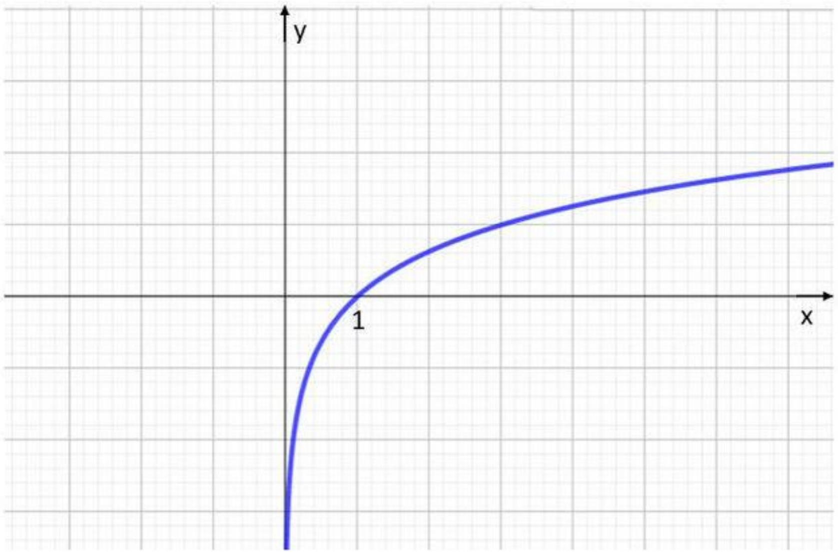
Assim, o domínio da função pode ser representado por:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -3\}$$

Gráfico

- De uma forma geral, o gráfico da função $y = \log_a x$ está localizado no I e IV quadrantes, pois a função só é definida para $x > 0$.

- Além disso, a curva da função logarítmica não toca o eixo y e corta o eixo x no ponto de abscissa igual a 1, pois $y = \log_a 1 = 0$, para qualquer valor de **a**.



Função Crescente ou Decrescente

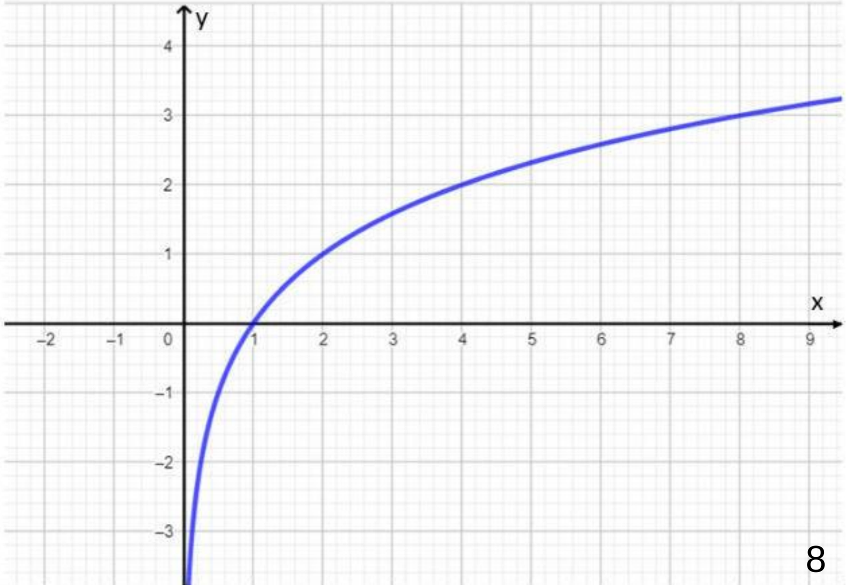
- Uma função logarítmica será crescente quando a base a for maior que 1, ou seja, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$. Por exemplo, a função $f(x) = \log_2 x$ é uma função crescente, pois a base é igual a 2.

- Para verificar que essa função é crescente, atribuímos valores para x na função e calculamos a sua imagem. Os valores encontrados estão na tabela seguinte.

Gráfico

x	$y = \log_2 x$
$\frac{1}{4}$	$y = log_2\,(\frac{1}{4}) = -2$
$\frac{1}{2}$	$y = log_2\,(\frac{1}{2}) = -1$
1	$y = log_2\,1 = 0$
2	$y = log_2\,2 = 1$
4	$y = log_2 4 = 2$

- Observando a tabela, notamos que quando o valor de x aumenta, a sua imagem também aumenta. Veja o gráfico:



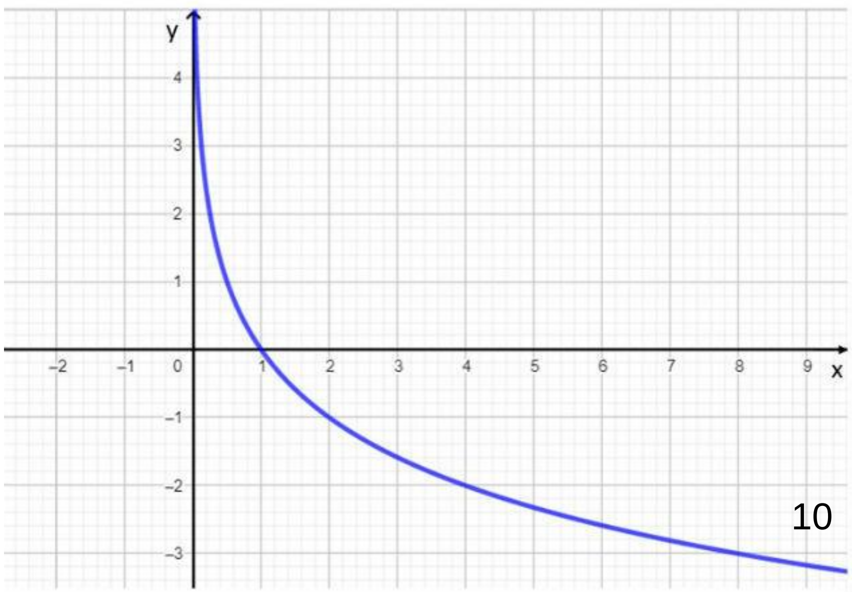
Função Crescente ou Decrescente

- Por sua vez, as funções cujas bases são valores maiores que zero e menores que 1 são decrescentes, ou seja, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$. Por exemplo, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ é uma função decrescente, pois a base é igual a $\frac{1}{2}$.
- Calculamos a imagem de alguns valores de x desta função e o resultado encontra-se na tabela a seguir.

Gráfico

x	$y = log_{\frac{1}{2}} x$
$\frac{1}{4}$	$y = log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{4}\right) = 2$
$\frac{1}{2}$	$y = log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right) = 1$
1	$y = log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$
2	$y = log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$
4	$y = log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$

- Notamos que, enquanto os valores de x aumentam, os valores das respectivas imagens diminuem. Desta forma, constatamos que a função $\log_{\frac{1}{2}} x$ é decrescente.



Exercícios

Resolver os exercícios 15 a 19 da lista V.

Tarefa

Resolva o seguinte exercício da lista V e envie pelo moodle:

18. Assumindo que x, y e z são números positivos, use as propriedades dos logaritmos para escrever a expressão como um único logaritmo:

a) $\log x + \log y$

b) $\log x + \log 5$

c) $\ln y - \ln 3$

d) $\frac{1}{3}\log x$

e) $2\ln x + 3\ln y$

f) $4\log(xy) - 3\log(yz)$

Referências

- TODA MATÉRIA. **Matemática: Função Logarítmica.** Disponível em: https://www.todamateria.com.br/funcao-logaritmica/ Acesso em: 18 set. 2020.