



# Derivada

Regras de derivação



# Regras de derivação

**Proposição 7.** Se  $f$  é a função constante  $f(x) = c$ , em que  $c$  é um número real, então  $f'(x) = 0$  para todo  $x$ .

**Proposição 8.** Se  $n$  é um inteiro positivo e  $f(x) = x^n$ , então  $f'(x) = nx^{n-1}$ .



# Exemplos

- Se  $f(x) = x$ , então  $f'(x) = 1x^0 = 1$ .
- Se  $f(x) = x^2$ , então  $f'(x) = 2x$ .
- Se  $f(x) = x^4$ , então  $f'(x) = 4x^3$ .
- Se  $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ , então  $f'(x) = -1x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$ .
- Se  $f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$ , então  $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
- Se  $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x}} = x^{1-\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$ , então  $f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$ .



# Regras de derivação

**Proposição 9.** Se  $k$  é uma constante e  $f$  é derivável em  $x$ , então a função  $g(x) = kf(x)$  é derivável em  $x$  e  $g'(x) = k \cdot f'(x)$ .

**Exemplo.** Se  $f(x) = \frac{2}{3}x^6$ , então  $f'(x) = \frac{2}{3} \cdot 6x^5 = 4x^5$ .



# Regras de derivação

**Proposição 10.** Se  $u$  e  $v$  são funções deriváveis em  $x$ , então a função  $g = u + v$  é derivável em  $x$  e  $g'(x) = u'(x) + v'(x)$ .

Esta regra pode ser escrita  
abreviadamente como  
 $(u + v)' = u' + v'$ .

**Exemplo.** Se  $P(x) = 5x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 7x + 8$ , então

$$P'(x) = 5 \cdot 4x^3 - 8 \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x - 7 \cdot 1 + 0,$$

ou seja,  $P'(x) = 20x^3 - 24x^2 + 4x - 7$ .



# Regras de derivação

**Proposição 11. Regra do Produto:** Se  $u$  e  $v$  são funções deriváveis em  $x$  e se  $g = uv$ , então  $g$  é derivável em  $x$  e

$$g'(x) = u(x) \cdot v'(x) + u'(x) \cdot v(x).$$

Abreviadamente, escreve-se:  
 $(uv)' = uv' + u'v.$

**Exemplo.** Se  $f(x) = (x^4 + 2x)(x^3 - 3x^2)$ , então

$$f'(x) = (x^4 + 2x)(3x^2 - 6x) + (4x^3 + 2)(x^3 - 3x^2) = 7x^6 - 18x^5 + 8x^3 - 18x^2.$$

# Regras de derivação

**Proposição 12. Regra do Quociente:** Se  $u$  e  $v$  são funções deriváveis em  $x$  e se  $v(x) \neq 0$ , então a função  $g = \frac{u}{v}$  é derivável em  $x$  e

$$g'(x) = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}.$$

Abreviadamente, escreve-se:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}.$$

**Exemplo.** Seja  $f(x) = \frac{x^5 - 6}{x^4 + 1}$ . Então

$$f'(x) = \frac{(x^4 + 1)5x^4 - (x^5 - 6)4x^3}{(x^4 + 1)^2} = \frac{x^8 + 5x^4 + 24x^3}{(x^4 + 1)^2}.$$



# Tarefa 4

**Resolver os seguintes exercícios, digitalizar e enviar no moodle grupos.**

1) Determine a derivada da função indicada:

$$1) f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}$$

$$2) f(x) = x^2 + \sqrt{x}$$

$$4) f(x) = x^3(2x^2 - 3x)$$

$$5) f(x) = \frac{2x + 5}{4x}$$

$$18) y = 3x^2 + 5$$