

Introdução à Análise - Verão 2021

Considerações Iniciais

Prof. Ivan Pontual Costa e Silva

Departamento de Matemática
Universidade Federal de Santa Catarina



Aulas, Avaliação e Bibliografia

- As aulas do curso serão exclusivamente em modo remoto, e salvo exceções previamente divulgadas na página do Moodle, **síncronas, e ocorrerão de segunda a quinta-feira, das 9:00hs às 12:00hs, em sala virtual no BigBlueButton do Moodle.**
- O curso terá três avaliações, e listas semanais de exercícios. **O aluno deve ter um mínimo de 75 por cento de presença nas aulas síncronas, e entregar no mínimo duas avaliações, ou estará automaticamente reprovado com média final zero.** Para os alunos com frequência suficiente, a nota final é a média aritmética simples das notas das três avaliações, acrescida de **até 1.0** (um ponto) pela entrega das listas.
- Cada avaliação será postada no Moodle, e terá prazo **improrrogável** de entrega de precisamente **24 horas** após postada.
- Todas as listas terão prazo final de uma semana após sua divulgação.
- **Somente aqueles que entregarem todas as listas são elegíveis para o respectivo acréscimo na média final.**
- Os livros principais adotados são **E. Zakon, *Mathematical Analysis*, v. 1, Caps. 1 a 4 - postado no Moodle - e W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis* (3ª Edição), McGraw-Hill (1953), Caps. 1 a 4 e 7. Secundariamente, também nos referiremos a E.L. Lima, *Curso de Análise*, v. 1, IMPA.**



Elementos de Lógica Matemática (Clássica)

- As noções lógicas usadas em Matemática têm algumas características peculiares. Essas noções são aprendidas informalmente ao longo dos cursos de Matemática.
- Os símbolos lógicos mais usados são:
 - 1) **Conectivos**: negação (\neg), conjunção "e" (\wedge), disjunção "ou" (\vee), implicação (material) \Rightarrow , bi-implicação \Leftrightarrow ;
 - 2) **Quantificadores**: universal \forall e existencial \exists (também $\exists!$);
 - 3) **Igualdade** $=$, que define uma relação reflexiva, simétrica e transitiva entre termos quaisquer.
- Vale o **Lei (ou Axioma) do Terceiro Excluído**: ou uma proposição/sentença/afirmação p é verdadeira, ou sua negação $\neg p$ o é, exclusivamente. (A "verdade" em Lógica ou Matemática, no entanto, é sempre relativa a um determinado sistema de axiomas pré-determinado, mas nem sempre tornado inteiramente explícito.)
- Dadas proposições p, q , valem as seguintes regras lógicas:
 - 1) $p \wedge q$ é verdadeira apenas se p e q são ambas verdadeiras;
 - 2) $p \vee q$ é verdadeira apenas se ao menos uma das p, q é verdadeira;
 - 3) $p \Rightarrow q$ é falsa apenas se p for verdadeira e q for falsa;
 - 4) $p \Leftrightarrow q$ é verdadeira apenas se ambas $p \Rightarrow q$ ou $q \Rightarrow p$ o são.



Elementos de Teoria dos Conjuntos

- A ideia básica mas vaga de uma “coleção de objetos” é modelada pela noção fundamental de *conjunto*. Em uma descrição precisa, iniciamos com as noções primitivas de “conjunto” e a relação binária “pertence a” ou “é elemento de”, denotada por \in .
- Alguns dos *Axiomas de Zermelo-Fraenkel* são os seguintes.

- 1) *Extensionalidade*: Dois conjuntos A, B são iguais se e somente se têm os mesmos elementos. Em símbolos:

$$\forall A \forall B [A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)].$$

- 2) *Existência do Conjunto Vazio*: existe um conjunto, denotado por \emptyset , sem elementos. Em símbolos:

$$\exists A \forall x (\neg(x \in A)).$$

- 3) *Axioma de Pares*: Dados A, B , existe $\{A, B\}$. Em símbolos:

$$\forall A \forall B \exists C [\forall x (x \in C \Leftrightarrow x = A \vee x = B)].$$

- 4) *Axioma da Separação*: Dados um conjunto A e uma propriedade P existe um conjunto formado pelos elementos de A que satisfazem P .
- 5) *Axioma da Escolha*: Para uma coleção \mathcal{A} não-vazia de conjuntos não-vazios, existe um conjunto formado com um elemento de cada conjunto da coleção.

