



CÍRCULO MATEMÁTICO DA UFSC

Prof. Raphael da Hora
Encontro do dia 26/10/2022

Nome : _____



PARIDADE

O QUE É UM NÚMERO PAR?



- Um número que termina com 0, 2, 4, 6 ou 8;
- Um número que é múltiplo de 2, ou seja, um número que é o dobro de outro;
- Um número que é divisível por 2;
- Um número que pode ser dividido em duas partes iguais sem sobra;
- Um número que se divide em pares sem sobra.

Todas essas respostas são válidas e não há uma resposta melhor do que as outras. Problemas diferentes envolvem ímpares e pares são mais fáceis de resolver usando diferentes definições.

O QUE É UM NÚMERO ÍMPAR?

- Um número que termina com 1, 3, 5, 7 ou 9;
- Um número que não é múltiplo de 2, ou seja, um número que não é o dobro de outro;
- Um número que não é divisível por 2;
- Um número que pode ser dividido em duas partes iguais com 1 restante;
- Um número que se divide em pares com 1 de sobra.

COMO REPRESENTÁ-LOS?

Para representar um número inteiro qualquer, podemos usar álgebra. Usando álgebra, podemos representar um número qualquer por um símbolo. Esse símbolo pode ser uma letra. No caso de números inteiros, tradicionalmente usamos as letras k , n e m .

Pensando nos pares como os que são o dobro de outro número qualquer e nos ímpares como aqueles que são um par mais 1, temos

$$\text{Par: } 2 \times k$$
$$\text{Ímpar: } 2 \times k + 1$$

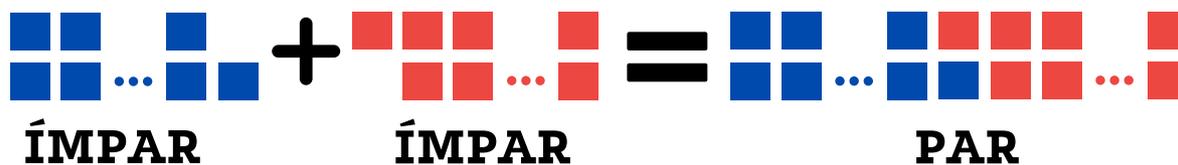
k é algum outro número inteiro

PARIDADE

Paridade é a propriedade de um número ser par ou ímpar. Por exemplo, no problema dos copos, é mais fácil dizer "A paridade do número de copos invertidos não muda" do que "Se o número de copos invertidos for par, ele permanece par; se este número for ímpar, permanece ímpar."

PARIDADE DE SOMAS E DIFERENÇAS

Lembre-se que um número par pode ser dividido em pares sem sobra e um número ímpar pode ser dividido em vários pares com o número 1 de sobra.



PROBLEMAS DO ENCONTRO

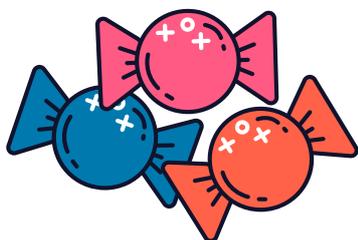


AS IDADES DOS TROLLS

Dois trolls da montanha, Bob e Tob, nasceram com exatamente um ano de diferença. Hoje eles estão comemorando seu aniversário comum. Bob afirma que a soma das suas idades é 1128 anos. No entanto, Frodo, o hobbit, tem certeza de que Bob está enganado. Como ele sabe?

A RECOMPENSA DOS DOCES

No reino do Doce, Rei Rosquinha anunciou uma bela recompensa para a primeira pessoa capaz de dividir 100 doces entre 3 crianças. Cada criança deve receber um número ímpar de doces e não deve sobrar nenhum doce. No entanto, esta recompensa ainda não foi reivindicada. Explique por quê.





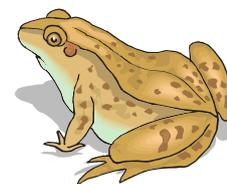
CAVALEIRO OU MENTIROSO?



Ao visitar a Ilha dos Cavaleiros e Mentirosos, você conhece um ilhéu. Ele diz “Ontem eu assei 39 biscoitos para minha festa. Cada adulto na festa comeu exatamente 2 biscoitos e cada criança comeu 4 biscoitos. Os biscoitos foram um grande sucesso – no final da noite, todos foram comidos pelos convidados!” Este ilhéu é um cavaleiro ou um mentiroso? Lembre-se que um cavaleiro nunca mente e um mentiroso sempre mente.



OS SAPOS DA FESTA



Natasha, a Bruxa do Pântano, convidou o mesmo número de bruxas e bruxos para sua festa de aniversário. Ela comprou 115 sapos vivos como lembrancinhas para seus convidados. Ela quer que cada convidado receba o mesmo número de sapos. No entanto, a sábia coruja da bruxa diz a ela que não é possível compartilhar os sapos dessa maneira. Como a coruja sabe?



CHARADA DA IDADE



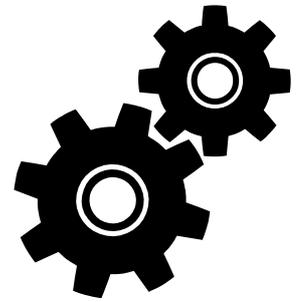
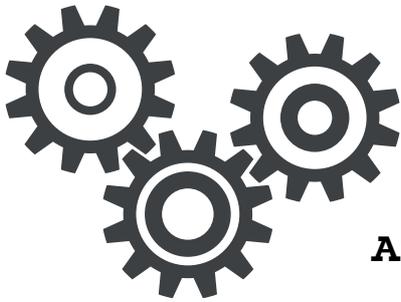
Enquanto visitava a Ilha dos Cavaleiros e Mentirosos, João conheceu um ilhéu. João perguntou ao ilhéu quantos anos ele tinha. O ilhéu respondeu: “Se você multiplicar minha idade por 18, obtém 1421”. João imediatamente reconheceu que o ilhéu era um mentiroso — por quê?



O COFRINHO DA LAURA

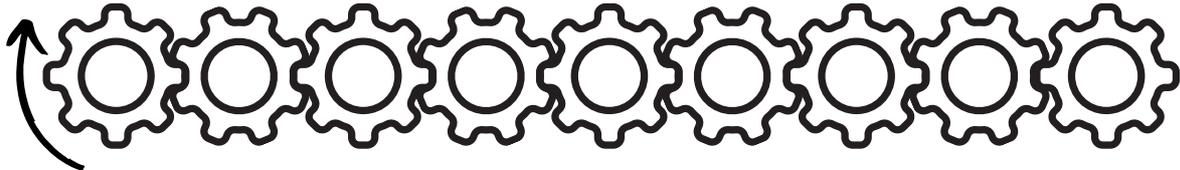
Laura tinha um número ímpar de moedas de 25 centavos e um número par de moedas de 10 centavos em seu cofrinho. Quando ela tentou calcular sua riqueza, chegou ao total de 3 reais. A mãe de Laura tinha certeza de que ela havia cometido um erro nos cálculos. Como ela sabia?





AS ENGRENAGENS DA ANA

Ana, a inventora, colocou 11 engrenagens idênticas em fila. Cada engrenagem, exceto a primeira e a última, é conectada aos seus vizinhos direito e esquerdo. Ana gira a engrenagem mais à esquerda no sentido horário. A engrenagem mais à direita vai girar no sentido horário ou anti-horário?

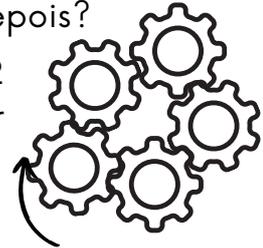


E se fossem 12 engrenagens, 13 engrenagens, 25 engrenagens, 100 engrenagens e assim por diante?

AS ENGRENAGENS DO MAX

Max, o Inventor, colocou suas 11 engrenagens idênticas em um círculo de tal forma que cada engrenagem está conectada a duas vizinhas. Ele gira a primeira engrenagem no sentido horário. O que acontece depois?

O que acontece com a mesma construção com 12 engrenagens, 13 engrenagens, 14 engrenagens e assim por diante?



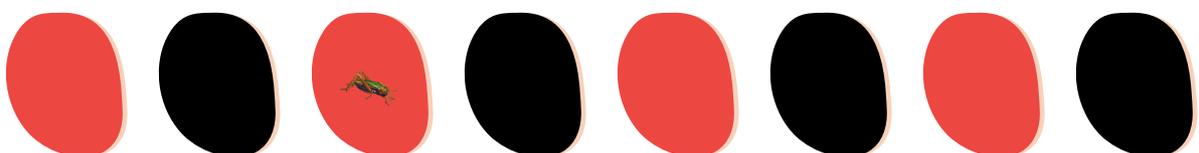
O GRILO SALTITANTE

Um grilo alegre trabalha em seus exercícios de salto. O grilo salta ao longo de uma estrada reta marcada com pedras colocadas a 1 metro de distância. Cada pedra é preta ou vermelha, e pedras de cores diferentes se alternam. O grilo dá o primeiro salto de uma pedra vermelha. A cada salto, ele salta 1 metro para a direita ou para a esquerda ao longo da estrada, de forma totalmente imprevisível.

(a) Após 5 saltos, o grilo estará em uma pedra vermelha ou preta?

(b) E depois de 20 saltos?

(c) O grilo alegre termina seu treino na mesma pedra onde começou. Clara, que estava assistindo a esse grilo, afirma que ele fez exatamente 125 saltos. Prove que a distraída Clara calculou mal o número de saltos.



BRINCADEIRA MATEMÁTICA

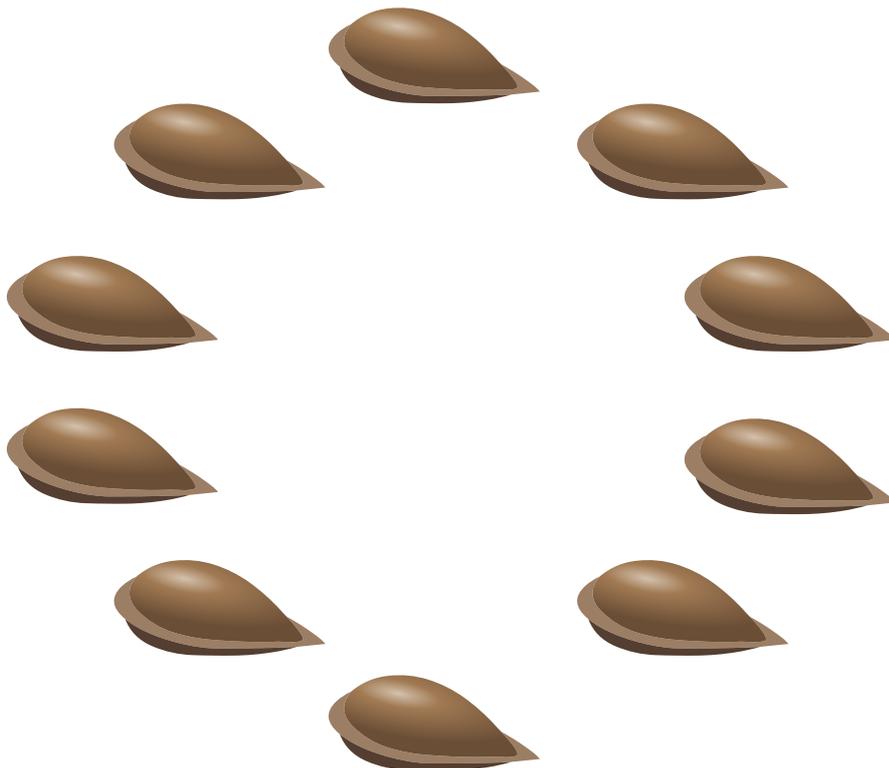


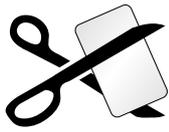
O Círculo de Sementes

Para JOGAR este jogo, pegue qualquer número de fichas (podem ser sementes, damas, palitos, pedrinhas ou pedaços de papel) e organize-as em um círculo. A ilustração abaixo mostra o início de um jogo com dez sementes.

- Os jogadores se revezam removendo um ou dois marcadores, mas se dois forem retirados, eles devem estar um ao lado do outro, sem marcadores ou espaços abertos entre eles.
- **A pessoa que pega o último contador (última semente) é o vencedor.**

Se ambos os lados jogarem racionalmente, quem com certeza ganhará e que estratégia ele deve usar?

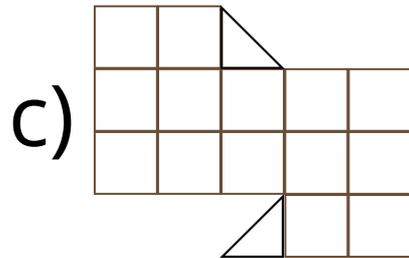
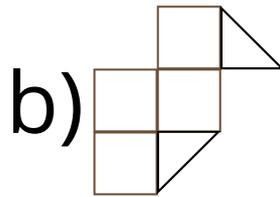
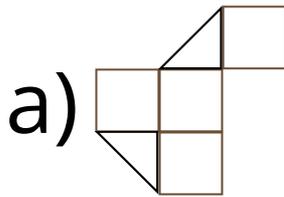




LISTA DE EXERCÍCIOS

CORTANDO FIGURAS

Corte cada uma das formas na figura em duas partes do mesmo tamanho e forma. Você pode cortar ao longo das linhas de grade e ao longo das diagonais de pequenos quadrados. As duas partes são iguais se após o corte você puder colocá-las uma em cima da outra para que fiquem iguais. Não há problema em virar e girar as formas.



LEO, O CAMALEÃO

Leo, o Camaleão Tímido, fica muito nervoso quando encontra outro camaleão. Quando Leo fica nervoso, ele muda de cor. Se Leo é verde, ele fica marrom. Se ele é marrom, ele fica verde. Quando Leo acordou esta manhã, ele estava verde. Na hora do almoço, ele conheceu 17 outros camaleões. Qual era a cor de Leo na hora do almoço?

ERRO DO ESCRIBA DO REI ARTHUR



Um jovem escriba narrou um banquete no palácio do Rei Arthur. Ele escreveu que um total de 25 convidados, poderosos cavaleiros e belas damas, foram convidados para a celebração. Todos os convidados estavam sentados em uma mesa redonda. Cada dama tinha dois cavaleiros como vizinhos, e cada cavaleiro tinha duas damas ao lado dele. Prove que a descrição da festa contém um erro.



AS RÃS E OS COPOS



"O que você acha disso?"

O professor tirou de seus bolsos espaçosos várias rãs, caracóis, lagartos e outras criaturas de fabricação japonesa, muito grotescas na forma e brilhantes nas cores. Enquanto estávamos olhando para eles, ele pediu ao garçom para colocar sessenta e quatro copos na mesa do clube. Quando estes foram trazidos e organizados na forma de um quadrado, como mostra a ilustração, ele colocou oito das rãs verdes nos copos, conforme mostrado.

"Agora", disse ele, "você vê esses copos formando oito linhas horizontais e oito verticais, e se você olhar para eles na diagonal (nos dois sentidos), há vinte e seis outras linhas. Se você passar os olhos por todas essas quarenta e duas linhas, descobrirá que não há duas rãs em qualquer lugar em uma linha.

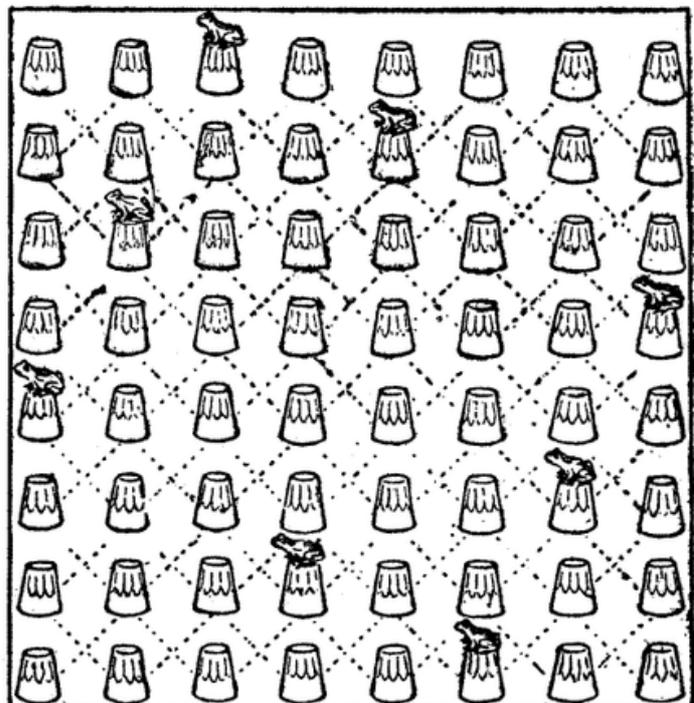
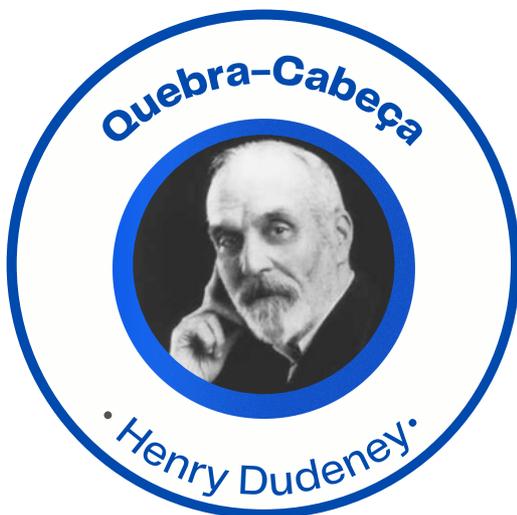
"O enigma é este. Três das rãs devem saltar de sua posição atual para três copos vazios, de modo que em suas novas posições relativas ainda não haja duas rãs em linha. Quais são os saltos dados?"

"Eu suponho", começou Hawkhurst.

"Eu sei o que você vai perguntar," antecipou o Professor. "Não; as rãs não trocam de posição, mas cada uma das três pula para um copo que não estava ocupado anteriormente."

"Mas certamente deve haver dezenas de soluções?" Eu disse.

"Ficarei muito feliz se você puder encontrá-las", respondeu o Professor com um sorriso seco. "Só conheço uma, ou melhor, duas, contando uma inversão, que ocorre por a posição ser simétrica."



PERSONALIDADES MATEMÁTICAS



Karen Uhlenbeck

Karen Keskulla Uhlenbeck (Cleveland, 24 de agosto de 1942) é uma matemática americana e uma das principais especialistas em equações diferenciais parciais. Uhlenbeck recebeu o Prêmio Abel de 2019 pelo impacto fundamental de seu trabalho sobre análise, geometria e física matemática. Foi a primeira mulher a receber este prêmio.

Filha de um engenheiro e uma artista e professora de escola, sempre foi curiosa sobre tudo. Seus pais incutiram nela o amor pela arte e pela música, e ela desenvolveu um amor pelo ar livre ao longo da vida, vagando regularmente pelo campo local perto de sua casa.

Acima de tudo, ela adorava ler, fechando-se sempre que podia para devorar livros de ciências avançadas, ficando acordada até tarde da noite e até lendo secretamente na aula. Ela sonhava em se tornar uma cientista pesquisadora, principalmente se isso significasse evitar muita interação com outras pessoas; não que fosse uma criança tímida, mas porque gostava da paz e da solidão de sua própria companhia. Ela se matriculou na Universidade de Michigan, inicialmente planejando se formar em física. No entanto, ela logo descobriu que o desafio intelectual da matemática pura era o que realmente a motivava.

Ela é um modelo na defesa pela igualdade de gênero na Ciência e na Matemática. De fato, para conquistar o Prêmio Abel, Uhlenbeck precisou, fora a pesquisa de excelência desenvolvida ao longo dos últimos 40 anos, de muita persistência para enfrentar um ambiente predominantemente masculino. Cansou de ouvir que deveria ir para casa e abandonar a Matemática.

Todo mundo sabe que, se as pessoas forem inteligentes, engraçadas, bonitas ou bem vestidas, terão sucesso. Mas também é possível ter sucesso com todas as suas imperfeições. Karen Uhlenbeck é certamente um ser humano notável.