



CÍRCULOS MATEMÁTICOS  
LISTA DE EXERCÍCIOS 11 (2023/2)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

**Exercício 1.** Considere um triângulo retângulo com catetos medindo 6 e 8 unidades de comprimento, respectivamente. A bissetriz do menor dos ângulos provoca a divisão do menor dos lados do triângulo em dois segmentos de comprimentos  $x$  e  $y$ . Determine  $|x - y|$ .

**Exercício 2.** Seja  $\triangle ABC$  um triângulo retângulo com catetos medindo  $b$  e  $c$  e cuja altura relativa à hipotenusa meça  $h$ . Mostre que

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

**Exercício 3.** Considere um quadrado  $ABCD$  com diagonais  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  e seja  $E$  um ponto sobre o lado  $\overline{CD}$  tal que  $AE = AB + CE$ . Seja  $F$  o ponto médio de  $\overline{CD}$ . Mostre que  $\widehat{EAB} = 2\widehat{FAD}$ .

**Exercício 4.** Seja  $ABCD$  um retângulo (os vértices nesta ordem) e seja  $M$  o ponto médio do lado  $\overline{CD}$  tal que  $\triangle ABM$  seja um triângulo equilátero. Considere o ponto  $P$  na intersecção do lado  $\overline{AM}$  do triângulo com a diagonal  $\overline{BD}$  do triângulo. Sabendo-se que  $AB = 15$ , determine  $AP$ .

**Exercício 5.** Um pedestre situado a  $25m$  de um edifício o visualiza sob um certo ângulo. Ao afastar-se exatamente  $50m$  de onde estava, passa a visualizar o edifício com metade do ângulo anterior. Determine a altura do edifício.

**Exercício 6.** Considere duas circunferências tangentes entre si, uma de raio  $r$  e outra de raio  $R$ , e ambas tangentes a uma reta  $r$  (que não passa pelo ponto de tangência das circunferências). Considere agora uma terceira circunferência de raio  $x$  tangente às duas circunferências anteriores e também tangente à reta  $r$ . Mostre que

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{r}} + \frac{1}{\sqrt{R}}.$$

**Exercício 7.** Considere um triângulo isósceles  $\triangle ABC$  com  $AB = AC$ . Nesse triângulo, seja  $D \in \overline{AB}$  tal que  $BC = CD = DA$ . Determine o ângulo  $\widehat{BAC}$ . Se  $AB = 1$ , determine o valor de  $BC$ .

**Exercício 8.** Considere um trapézio  $ABCD$  no qual a diagonal  $\overline{AC}$  é perpendicular ao lado oblíquo  $\overline{AD}$  e a diagonal  $\overline{BD}$  é perpendicular ao lado oblíquo  $\overline{BC}$ . Se  $CD = 25$  e  $AD = 15$ , determine a altura do trapézio.

**Exercício 9.** Considere um círculo de raio  $R$  de centro  $O$  considere também dois pontos  $A$  e  $B$  sobre a circunferência tais que  $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ . Determine o raio da circunferência tangente internamente à circunferência original e aos segmentos  $\overline{OA}$  e  $\overline{OB}$ .

**Exercício 10.** Considere um quadrado  $ABCD$  de lado  $l$  considere o setor circular interno ao quadrado de centro  $A$  e raio  $l$  e o setor circular interno ao quadrado de centro  $B$  e raio  $l$ . Na intersecção desses dois setores, considere a circunferência que é tangente internamente às duas circunferências que determinam os setores circulares previamente definidos e também é tangente ao lado  $\overline{AB}$ . Determine a área desse círculo determinado pela circunferência.