



CÍRCULOS MATEMÁTICOS
LISTA DE EXERCÍCIOS 04 (2022/1)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

Exercício 1. O produto de 22 números inteiros é igual a 1. É possível que sua soma dê 0?

Exercício 2. Os números de 1 a 10 são escritos em uma linha. É possível colocar sinais de + ou de - entre eles de forma que o resultado da operação seja igual a 0?

Exercício 3. É possível cobrir um tabuleiro quadrado de tamanho 5×5 com dominós retangulares de tamanho 1×2 ?

Exercício 4. a) São colocadas 25 peças em um tabuleiro de damas de tamanho 25×25 de forma que suas posições são simétricas em relação a uma das suas diagonais. Mostre que pelo menos uma peça tem que estar sobre a diagonal.

b) Suponha agora que as mesmas 25 peças estejam arranjadas de forma simétrica em relação às duas diagonais do tabuleiro. Mostre que uma das peças tem que estar colocada no centro.

Exercício 5. São colocados 25 meninos e 25 meninas em uma mesa circular. Mostre que os dois vizinhos de pelo menos uma das crianças são meninos.

Exercício 6. São desenhados 45 pontos sobre a reta \overleftrightarrow{AB} , nenhum deles está no intervalo \overline{AB} . Prove que a soma das distâncias de todos os pontos até o ponto A é diferente da soma das distâncias destes mesmos pontos até o ponto B .

Exercício 7. Pedro comprou um caderno de 96 folhas e numerou as páginas de 1 até 192. Seu irmão, arrancou 25 folhas do caderno e somou os números que estavam escritos nas páginas das folhas arrancadas. É possível que a soma dê 1990?

Exercício 8. Em um grupo de 101 vacas cada vaca pesa um número inteiro. Se qualquer uma for removida, então é possível dividir as restantes em dois grupos de 50 vacas de tal forma que a soma dos pesos das vacas do primeiro grupo é igual à soma dos pesos das vacas do segundo grupo. Mostre que todas as vacas têm o mesmo peso.

Exercício 9. Um caracol anda com velocidade constante em um plano e vira de um ângulo reto (para a esquerda ou para a direita) a cada 15 minutos. Mostre que o caracol só pode voltar ao ponto inicial após um número inteiro de horas.

Exercício 10. Em um conjunto de 9 moedas, existe uma que é mais leve que a outra. Descreva um método para descobrir qual a moeda mais leve com apenas duas pesagens em uma balança de dois pratos. Quantas pesagens seriam necessárias para descobrir qual a moeda diferente se você não soubesse, a priori, se a moeda era mais leve ou mais pesada que as outras?

Exercício 11. O que é maior: a soma de todos os números pares de 0 até 100 ou a soma de todos os números ímpares de 1 até 99? qual a diferença entre o maior e o menor desses números?