



CÍRCULOS MATEMÁTICOS  
LISTA DE EXERCÍCIOS 04 (2022/1)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

**Exercício 1.** O produto de 22 números inteiros é igual a 1. É possível que sua soma dê 0?

**Exercício 2.** Os números de 1 a 10 são escritos em uma linha. É possível colocar sinais de + ou de - entre eles de forma que o resultado da operação seja igual a 0?

**Exercício 3.** É possível cobrir um tabuleiro quadrado de tamanho  $5 \times 5$  com dominós retangulares de tamanho  $1 \times 2$ ?

**Exercício 4.** a) São colocadas 25 peças em um tabuleiro de damas de tamanho  $25 \times 25$  de forma que suas posições são simétricas em relação a uma das suas diagonais. Mostre que pelo menos uma peça tem que estar sobre a diagonal.

b) Suponha agora que as mesmas 25 peças estejam arranjadas de forma simétrica em relação às duas diagonais do tabuleiro. Mostre que uma das peças tem que estar colocada no centro.

**Exercício 5.** São colocados 25 meninos e 25 meninas em uma mesa circular. Mostre que os dois vizinhos de pelo menos uma das crianças são meninos.

**Exercício 6.** São desenhados 45 pontos sobre a reta  $\overleftrightarrow{AB}$ , nenhum deles está no intervalo  $\overline{AB}$ . Prove que a soma das distâncias de todos os pontos até o ponto  $A$  é diferente da soma das distâncias destes mesmos pontos até o ponto  $B$ .

**Exercício 7.** Pedro comprou um caderno de 96 folhas e numerou as páginas de 1 até 192. Seu irmão, arrancou 25 folhas do caderno e somou os números que estavam escritos nas páginas das folhas arrancadas. É possível que a soma dê 1990?

**Exercício 8.** Em um grupo de 101 vacas cada vaca pesa um número inteiro. Se qualquer uma for removida, então é possível dividir as restantes em dois grupos de 50 vacas de tal forma que a soma dos pesos das vacas do primeiro grupo é igual à soma dos pesos das vacas do segundo grupo. Mostre que todas as vacas têm o mesmo peso.

**Exercício 9.** Um caracol anda com velocidade constante em um plano e vira de um ângulo reto (para a esquerda ou para a direita) a cada 15 minutos. Mostre que o caracol só pode voltar ao ponto inicial após um número inteiro de horas.

**Exercício 10.** Em um conjunto de 9 moedas, existe uma que é mais leve que a outra. Descreva um método para descobrir qual a moeda mais leve com apenas duas pesagens em uma balança de dois pratos. Quantas pesagens seriam necessárias para descobrir qual a moeda diferente se você não soubesse, a priori, se a moeda era mais leve ou mais pesada que as outras?

**Exercício 11.** O que é maior: a soma de todos os números pares de 0 até 100 ou a soma de todos os números ímpares de 1 até 99? qual a diferença entre o maior e o menor desses números?