



CÍRCULOS MATEMÁTICOS
LISTA DE EXERCÍCIOS 03 (2022/1)

PROFS. ELIEZER BATISTA E SÉRGIO TADAO MARTINS

Exercício 1. Em uma grande secadora existem muitas meias de mesmo tamanho. Cada meia pode ser azul, vermelha, amarela ou preta. Qual o menor número de meias que precisamos tirar da secadora para garantirmos que podemos formar 5 pares de meias? (o interior da secadora é muito escuro e não podemos ver a cor da meia até a termos removido da secadora).

Exercício 2. Dez duendes estão jogando damas. Cada duende joga exatamente uma partida contra cada um dos outros duendes.

- Quantas partidas cada duende joga?
- Quantas partidas são jogadas ao todo?

Exercício 3. Cinco pontos são marcados dentro de um quadrado de lado 2. Prove que existem dois desses pontos que distam no máximo $\sqrt{2}$ um do outro.

Exercício 4. Mostre que existe um número da forma

$$1111 \dots 111$$

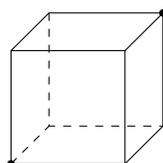
que é múltiplo de 1999.

Exercício 5. Suponha que, em um conjunto com 2022 inteiros, a soma de quaisquer 100 deles é positiva. Prove que a soma de todos os 2022 inteiros é positiva.

Exercício 6. Em uma festa com N pessoas, prove que existem duas pessoas com o mesmo número de amigos entre os participantes da festa.

Exercício 7. O maior torneio de tênis da galáxia conta com a participação de exatamente 2022 tenistas. O torneio é disputado em forma de eliminatórias simples, isto é, o atleta que perde uma partida está automaticamente eliminado. Na primeira rodada, os participantes são divididos em 1011 pares para a disputa da primeira partida de cada um. Se em alguma rodada houver um número ímpar de atletas restantes, um deles é automaticamente classificado para a rodada seguinte. Quantas partidas serão disputadas até termos o campeão?

Exercício 8. Uma formiga está parada em um canto do chão de uma sala cúbica. Ela quer se mover para o canto oposto (que fica no teto) usando o caminho mais curto possível. Ela só pode se mover ao longo do chão, paredes e teto da sala. Qual o caminho que ela deve escolher?



Exercício 9. Os números 2^{2022} e 5^{2022} são calculados e seus algarismos são escritos consecutivamente em uma página. Qual é o número total de algarismos escritos?