

CÍRCULO MATEMÁTICO DA UFSC



Prof. Raphael da Hora
Encontro do dia 01/06/2022

Nome:

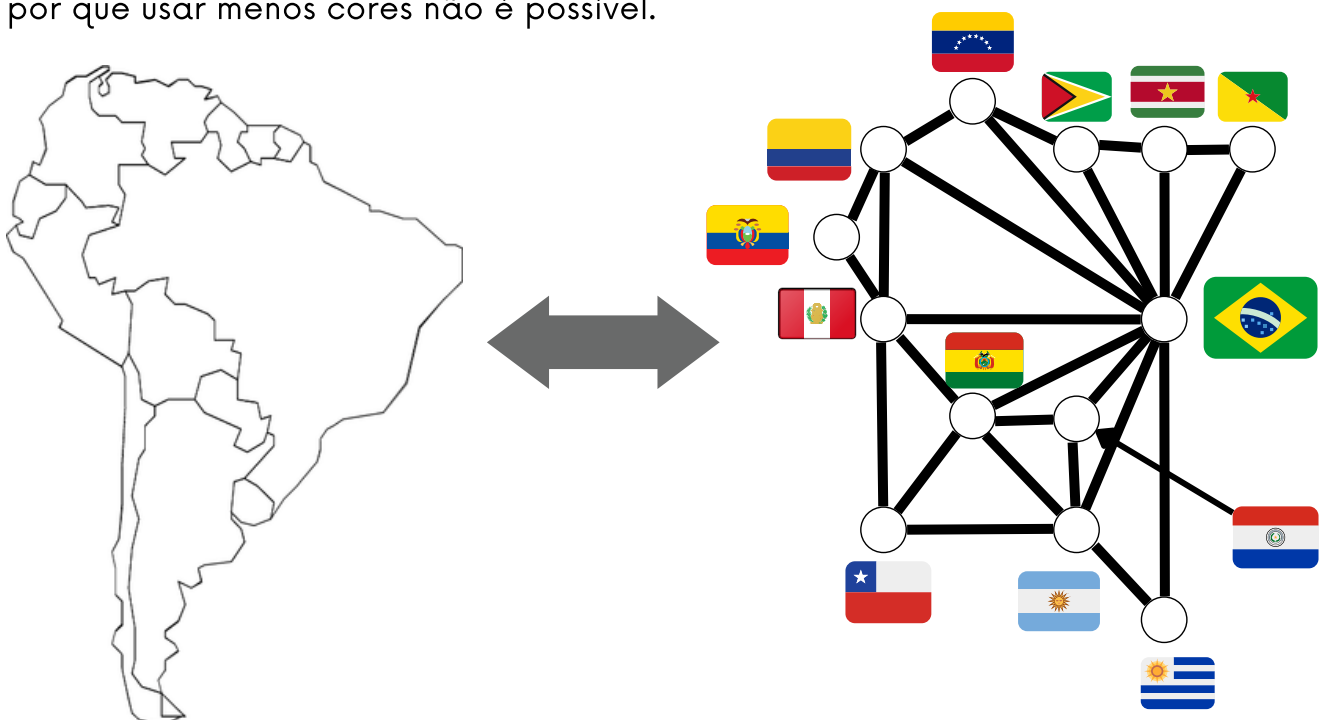
COLORINDO MAPAS: O TEOREMA DAS QUATRO CORES

A Conjectura das Quatro Cores foi formulada pela primeira vez há pouco mais de 150 anos e finalmente provada de forma conclusiva em 1976. É um excelente exemplo de como velhas idéias se combinam com novas descobertas e técnicas em diferentes campos da matemática para fornecer novas abordagens para um problema. É também um exemplo de como um problema aparentemente simples foi pensado para ser 'resolvido', mas depois se tornou mais complexo e é o primeiro exemplo espetacular em que um computador foi envolvido na prova de um teorema matemático.

PROBLEMAS DO ENCONTRO

COLORINDO A AMÉRICA DO SUL

Usando o mínimo de cores possível, pinte os países da América do Sul para que não haja dois países que compartilhem uma fronteira terrestre com a mesma cor (os cantos que se tocam não são necessariamente fronteiras). Argumente por que usar menos cores não é possível.



COLORINDO A AUSTRALIA

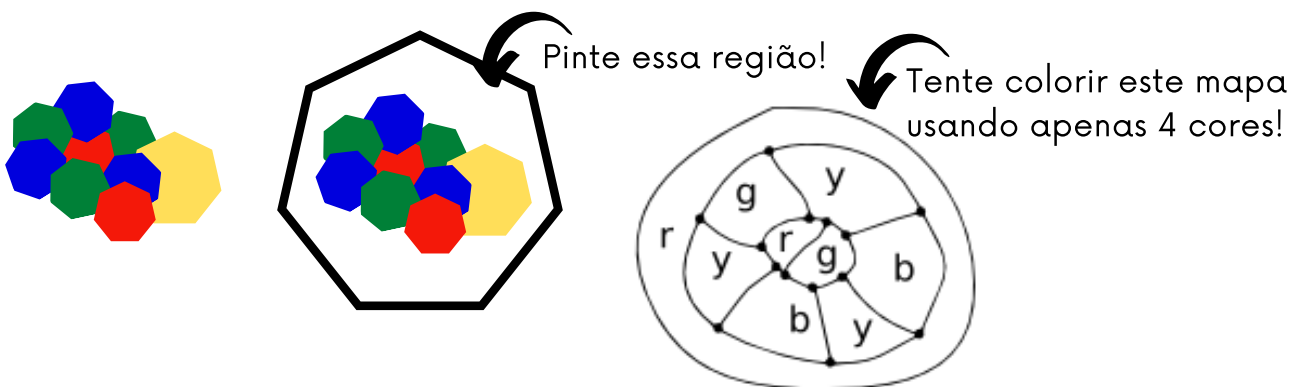
Tente colorir o mapa da Australia usando a menor quantidade de cores possível. Quantas cores você usou?



Tente construir uma representação deste mapa parecida com a representação do mapa da América do Sul dada na página anterior. Essa representação é chamada de grafo.

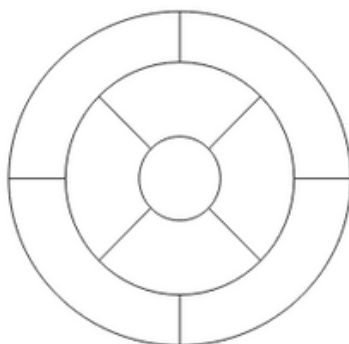
UM MAPA DE ARTHUR CAYLEY

Arthur Cayley mostrou que se quatro cores já foram usadas para colorir um mapa e uma nova região for adicionada, nem sempre é possível manter a coloração original.



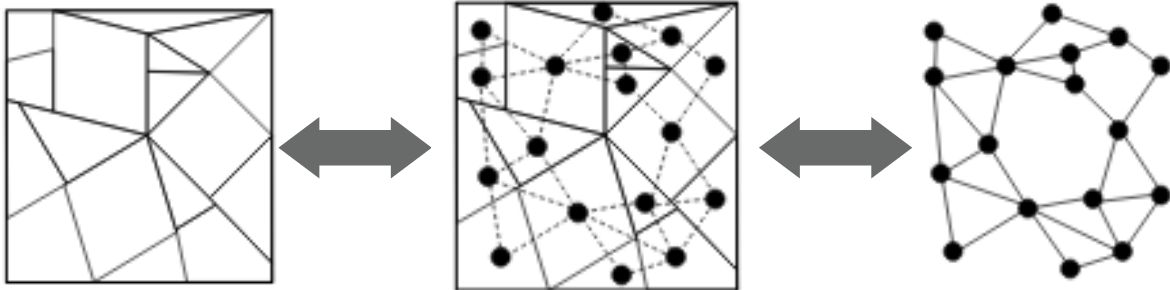
COLORINDO UM ESCUDO

São sempre necessárias 4 cores para colorir um mapa? Você pode colorir o escudo abaixo usando apenas 3 cores? Por que?

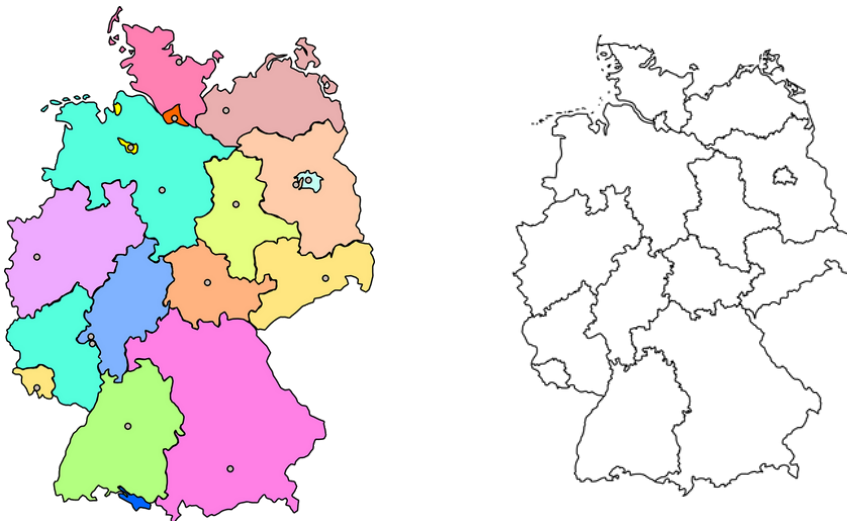


CONVERTENDO MAPAS EM GRAFOS

Para cada mapa, podemos construir um grafo. Cada região vira um ponto, chamado de vértice. Se duas regiões compartilham uma borda, então colocamos uma aresta entre seus vértices. Veja o exemplo abaixo e o exemplo da primeira página.

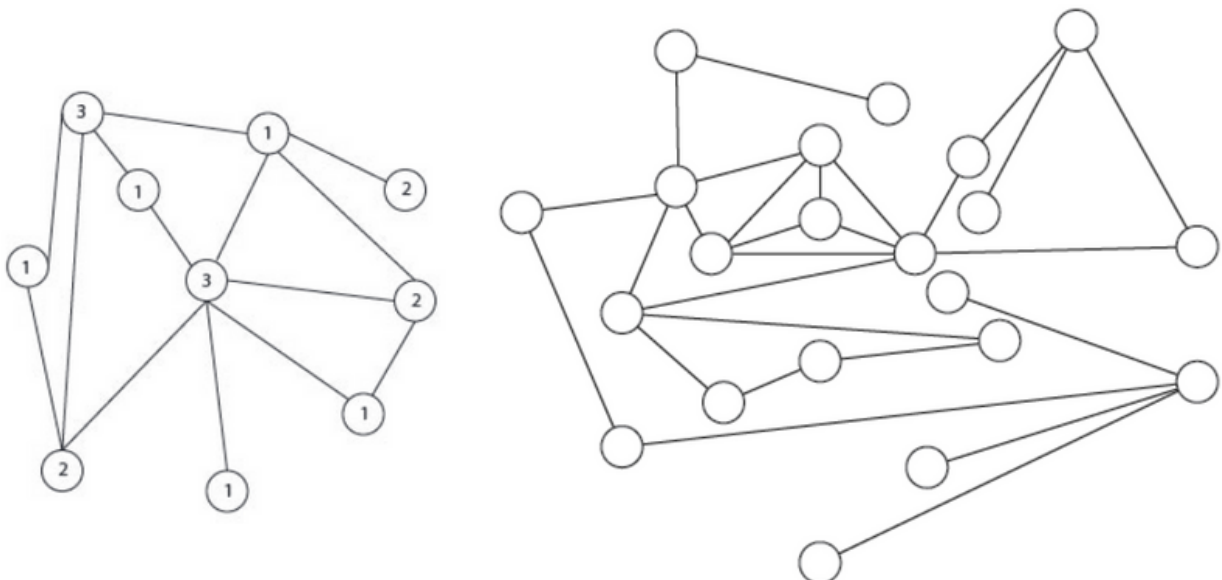


Faça uma representação em formato de grafo do mapa da Alemanha.



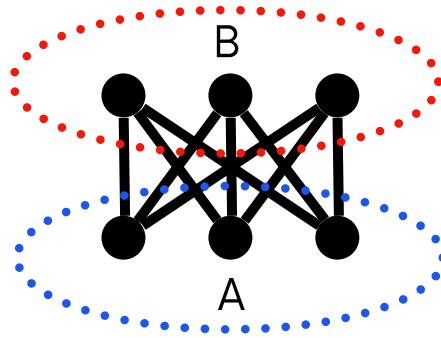
COLORINDO GRAFOS

Nós podemos agora colorir grafos ao invés de mapas, representando as cores por números. Veja o exemplo à esquerda. Tente colorir o grafo do lado direito.

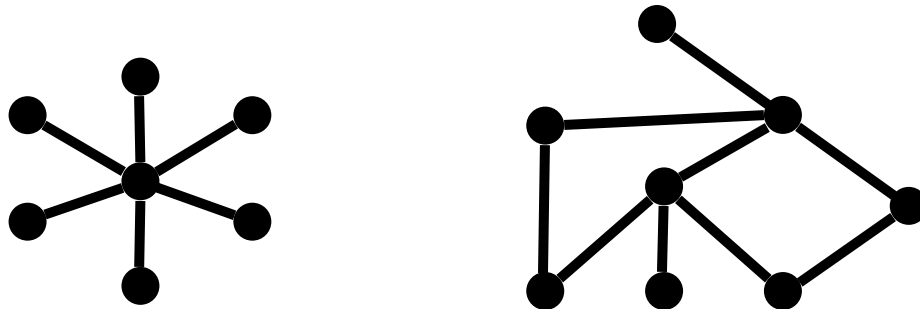


GRAFO BIPARTIDO

O grafo bipartido é um grafo que podemos dividir os vértices em dois grupos, A e B, e todas as arestas têm uma extremidade em A e uma em B. Isso significa que para qualquer vértice em A, todos os vértices adjacentes estão em B. Veja abaixo um exemplo de um gráfico bipartido.

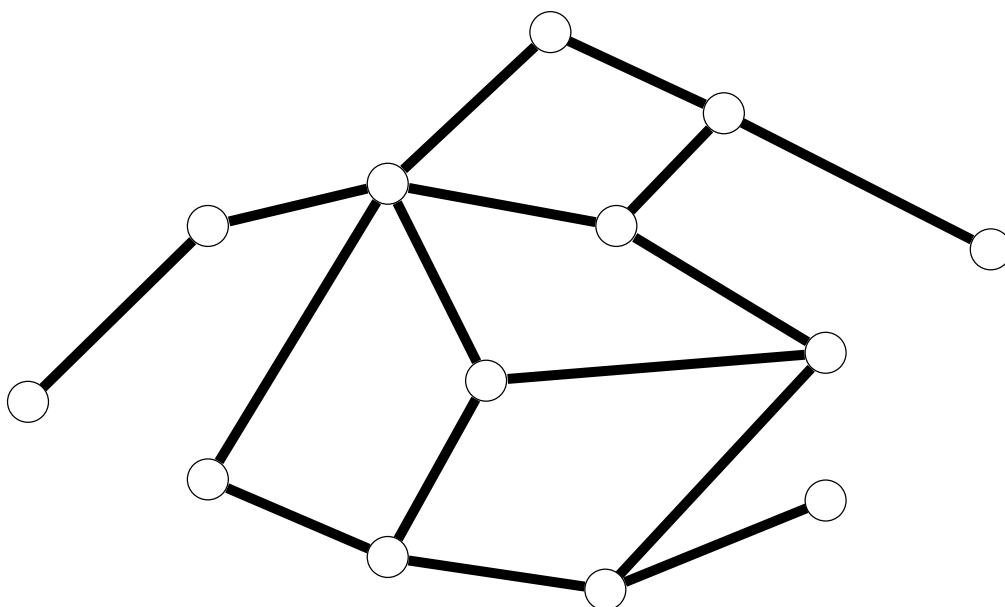


Mas grafos bipartidos não precisam ter seus grupos de vértices tão bem espaçados quanto no grafo acima. Embora possam não parecer à primeira vista, ambos os grafos abaixo são bipartidos, você consegue encontrar os grupos de vértices A e B?



Pense em colorir esses gráficos. Há algo especial que você notou?

Determine se o grafo abaixo é bipartido. Se for, encontre os grupos A e B.

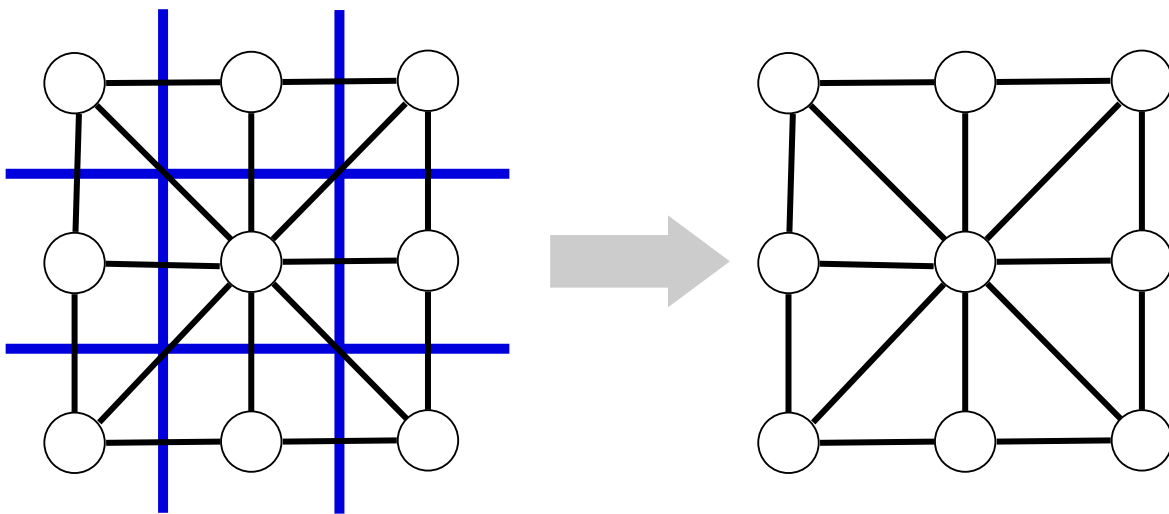


BRINCADEIRA MATEMÁTICA



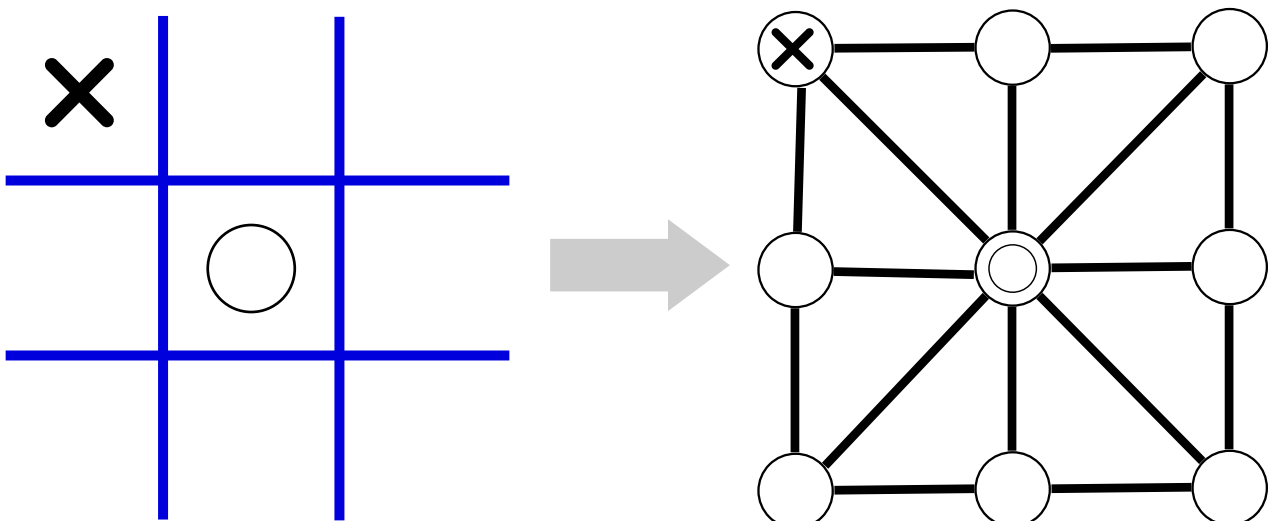
Jogo da Velha em Grafos

Podemos associar um grafo a um jogo da velha. Cada espaço torna-se vértice. Dois vértices são conectados por uma aresta, pois estão próximos um do outro no tabuleiro.



COMO JOGAR

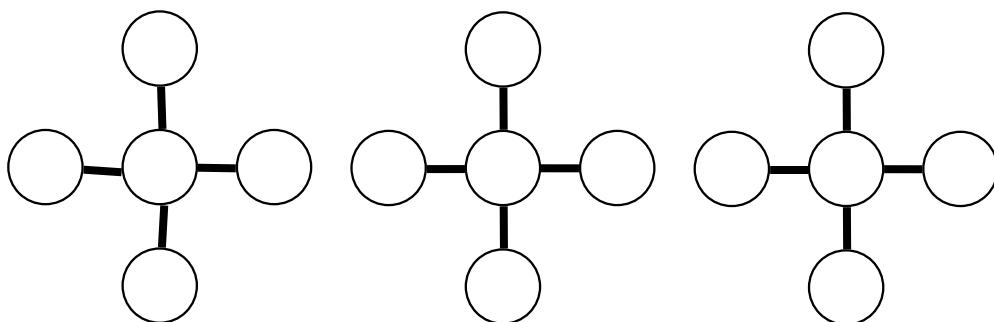
Dois jogadores, X e O, se revezam marcando os vértices de um grafo. O primeiro jogador a colocar três de suas marcas nos vértices x, y e z onde há uma aresta de x a y e de y a z vence. Veja o exemplo abaixo.



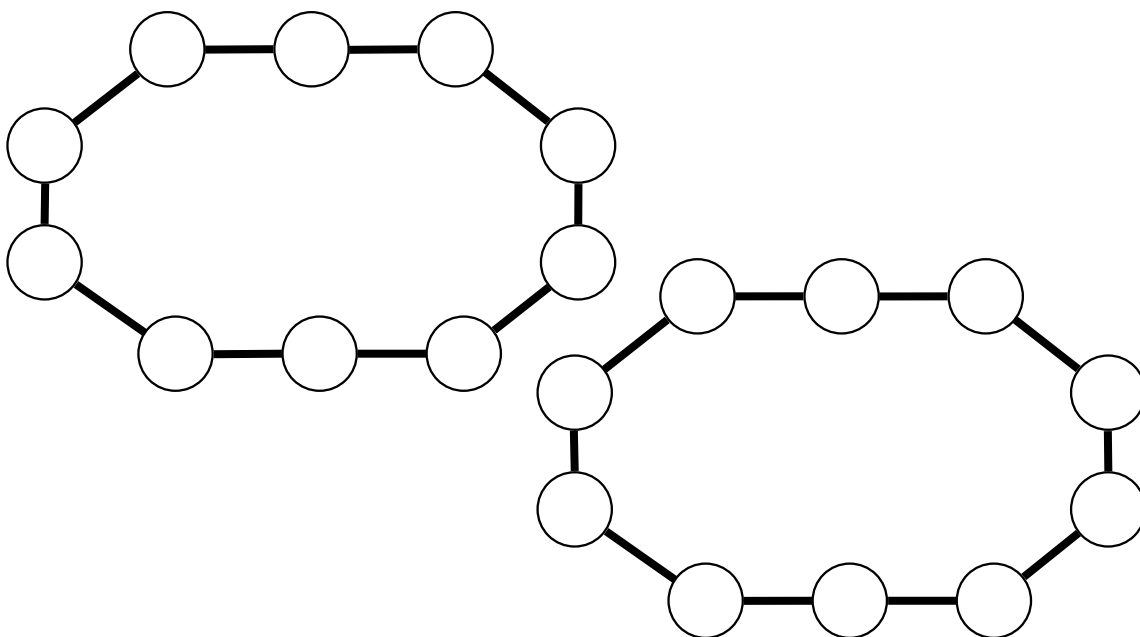
TABULEIROS PARA O JOGO DA VELHA

Jogue algumas partidas de jogo da velha com um amigo. Com um jogo perfeito, o primeiro jogador sempre vence?

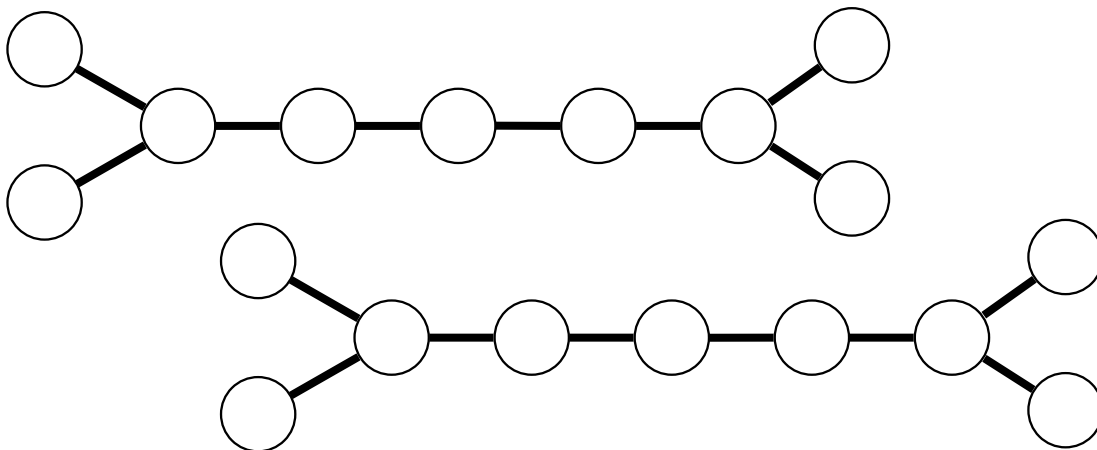
JOGO 1



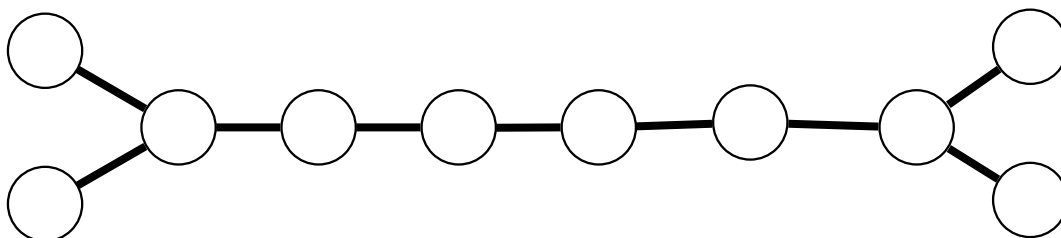
JOGO 2



JOGO 3



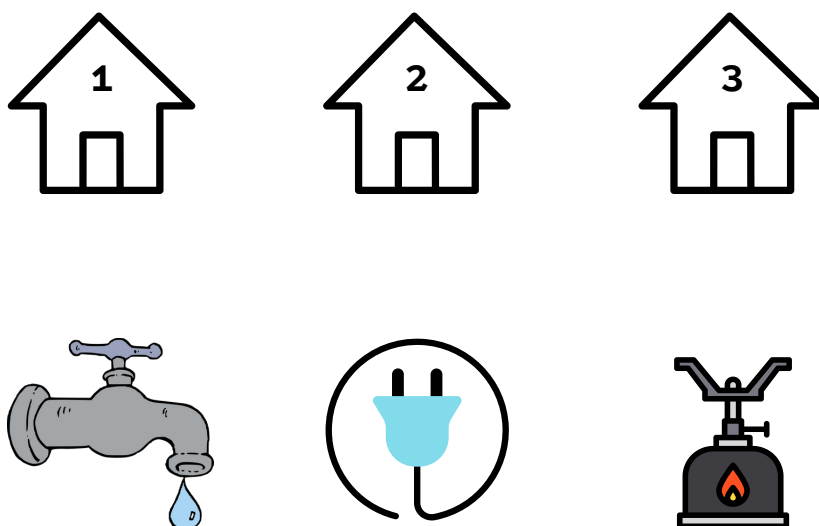
JOGO 4



LISTA DE EXERCÍCIOS

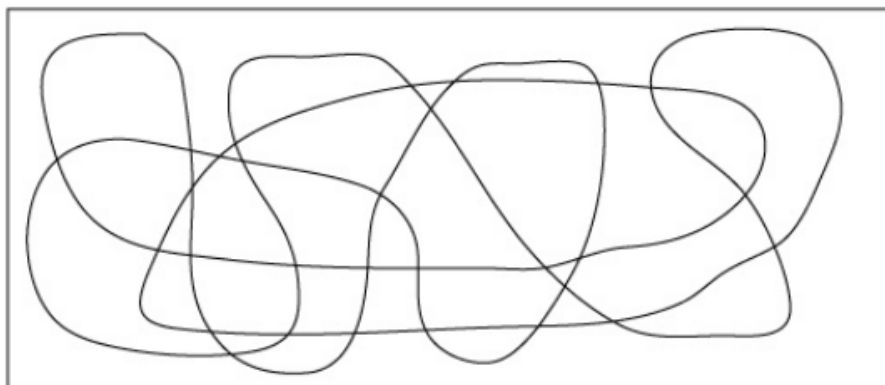
O PROBLEMA DAS TRÊS UTILIDADES

Suponha que você tenha um bairro com apenas três casas. Agora, cada casa precisa estar conectada a um conjunto de três utilidades (gás, água e eletricidade) para que uma família possa morar lá. Seu desafio é conectar todas as três casas a cada uma das concessionárias. Abaixo está um diagrama para você desenhar onde cada linha/tubulação de serviço público deve ir. O problema é que as linhas que você desenha para conectar cada casa a uma concessionária não podem se cruzar. Além disso, você não pode desenhar linhas através de outra casa ou planta de serviço público. Em outras palavras, você não pode desenhar a linha de água da Casa 1 através da Casa 2 ou através da usina de eletricidade.



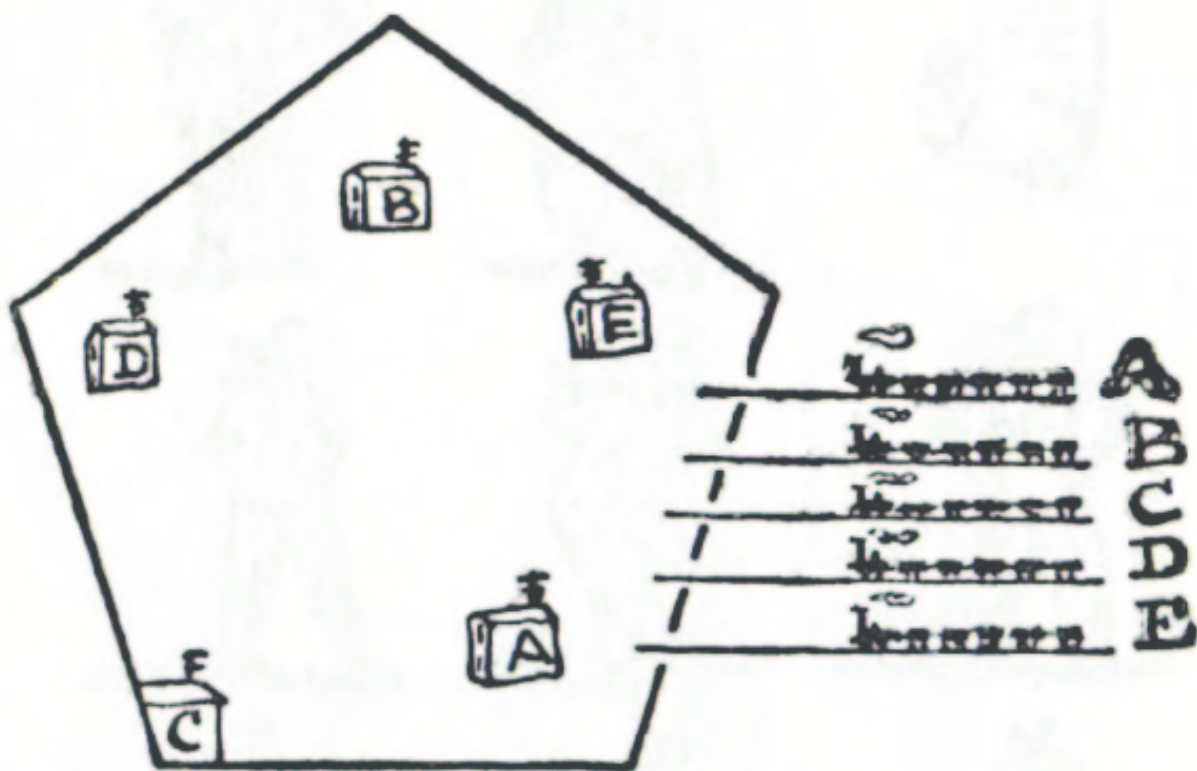
PINTANDO MAPAS MODERNOS

Pinte as regiões (incluindo a parte externa) deste mapa usando o menor número de cores possível.



AS FERROVIAS CHINESAS

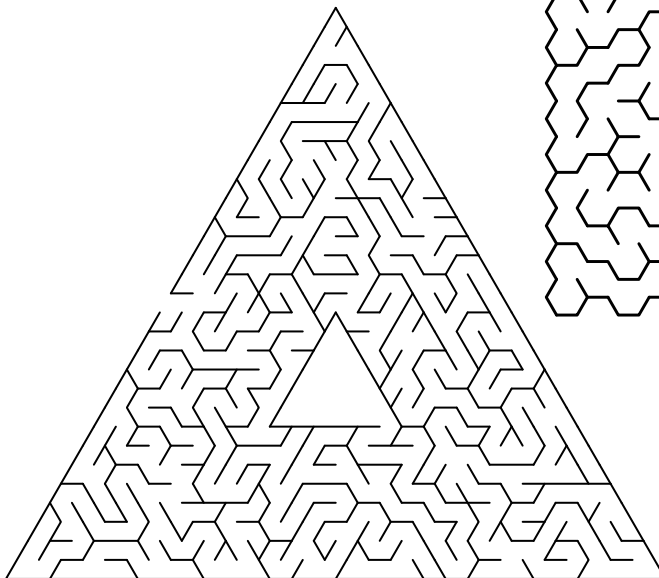
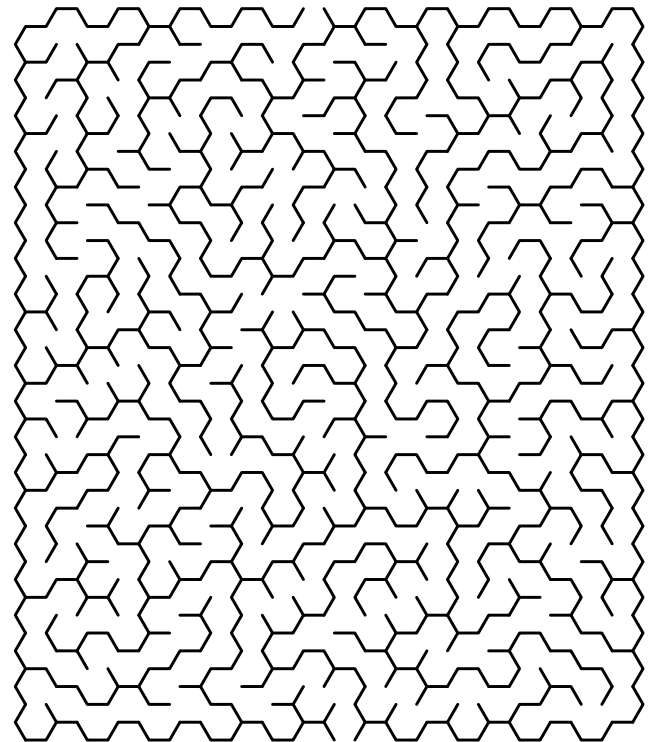
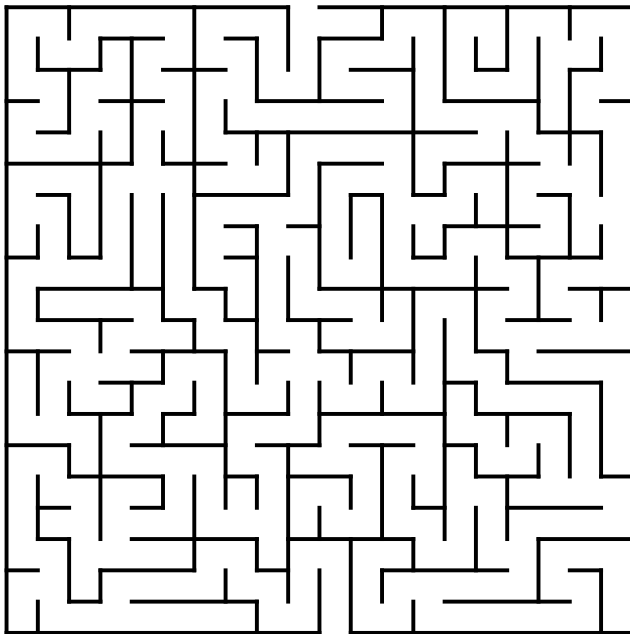
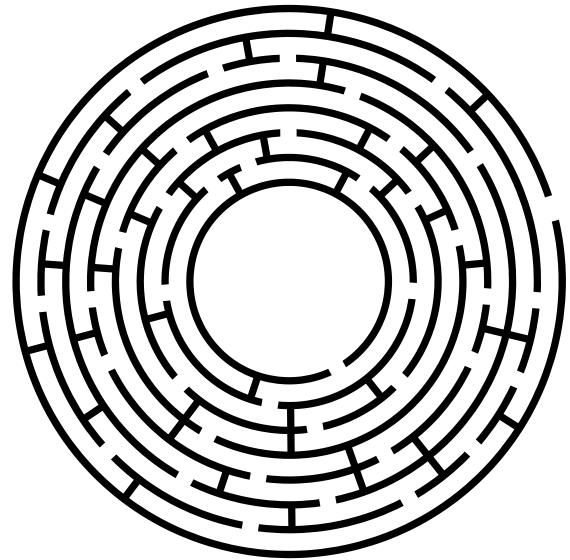
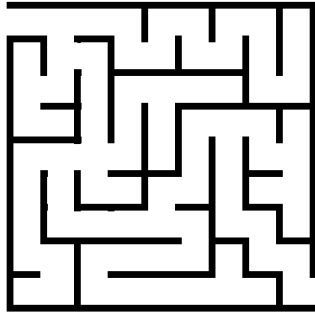
A imagem abaixo mostra a planta de uma cidade chinesa protegida por fortificações pentagonais. Cinco potências europeias tramavam e clamavam por uma concessão para operar uma ferrovia até o local; e por fim um dos conselheiros mais brilhantes do imperador disse: "Que cada um deles tenha uma concessão!" Assim, os funcionários do Governo Celestial estavam ocupados organizando os detalhes. As letras no diagrama mostram as diferentes nacionalidades e indicam não apenas onde cada linha deve entrar na cidade, mas também onde deve estar localizada a estação pertencente a essa linha. Como foi acordado que a linha de uma empresa nunca deve cruzar a linha de outra, os representantes dos vários países envolvidos estiveram envolvidos durante tantas semanas na tentativa de encontrar uma solução para o problema, que entretanto uma mudança no governo chinês foi realizado, e todo o esquema fracassou. Pegue seu lápis e trace a rota da linha A até A, B até B, C até C, e assim por diante, sem nunca permitir que uma linha cruze a outra ou passe pela estação de outra empresa.



Este é um famoso problema do grande Henry Dudeney, que foi um matemático inglês, especialista em problemas lógicos e jogos matemáticos

LABIRINTOS

Um labirinto é uma coleção de caminhos com uma entrada e uma saída. Alguns dos caminhos resultam em becos sem saída! Seu trabalho é encontrar o caminho da entrada até a saída. Também podemos usar algoritmos para resolver labirintos! A regra do seguidor de parede. Mantenha uma mão em contato com uma parede do labirinto. Você não se perderá e chegará à outra saída.



PERSONALIDADES MATEMÁTICAS

Paul Erdős



O húngaro Paul Erdős (1913–1996) foi um matemático lendário do século XX. Ele é famoso por ter publicado mais trabalhos de pesquisa do que qualquer um desde Euler. Ambos os seus pais costumavam ensinar matemática.

Aos 16 anos, seu pai o familiarizou com dois dos assuntos favoritos de sua vida; teoria dos conjuntos e séries infinitas. Erdős sempre se lembrou de seus pais com muito carinho e amor. Aos 17 anos, ele começou a universidade em Budapeste e depois partiu para os EUA durante os anos pré-guerra. Aos 20 anos, ele conseguiu construir uma elegante prova do famoso postulado de Bertrand na teoria dos números, que diz que “para cada número maior que 1, sempre existe pelo menos um primo entre ele e seu dobro”.

Erdős dedicou sua vida à resolução de problemas, particularmente nas áreas de teoria dos números, combinatória e teoria dos grafos. Durante sua vida não teve propriedade, nem família, nem endereço fixo. Nunca cozinhou, nem dirigiu carro.

Ele passava dezenove horas por dia trabalhando em matemática. Em 1951, ele recebeu o Prêmio Cole da Sociedade Americana de Matemática. Em 1984, ele recebeu US\$50.000 por ganhar o Prêmio Wolf. Ele doou tudo menos \$ 750 para bolsas de estudo. Vivendo com apenas uma mala, ele foi de país em país e continente em continente, resolvendo problemas.

A abordagem de Erdős à matemática era tão única quanto sua vida. Ele inventou um novo tipo de arte: a arte de inventar problemas. Ele disse que a matemática é eterna porque tem uma infinidade de problemas; e, na sua opinião, quanto mais elementar for um problema, melhor.