

Círculos Matemáticos (Grupo 2)  
5º Encontro (18/05/2022)  
Prof. Jáuber C. de Oliveira (MTM-UFSC)

### PROBLEMA PRELIMINAR

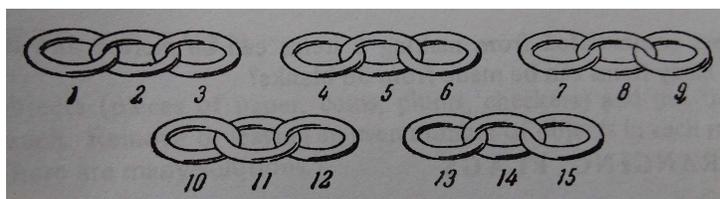


Figure 1

Uma artesã deseja unir os cinco pedaços de corrente para formar uma única corrente. Inicialmente pensou em fazer assim: abrir o anel 3 (1ª operação), ligá-lo ao anel 4 (2ª operação), depois abrir o anel 6 e ligá-lo ao anel 7, e assim por diante. Logo percebeu que havia uma forma de fazer isso em 6 operações. Como ?

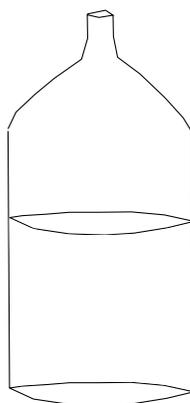


Figure 2

### PROBLEMA 1

Uma garrafa parcialmente preenchida com água tem uma base circular. Usando apenas uma régua, como determinar o volume total da garrafa? Você não pode adicionar ou remover seu conteúdo, mas pode supor que a quantidade de água na garrafa é considerável (não há pouca água na garrafa).

### PROBLEMA 2

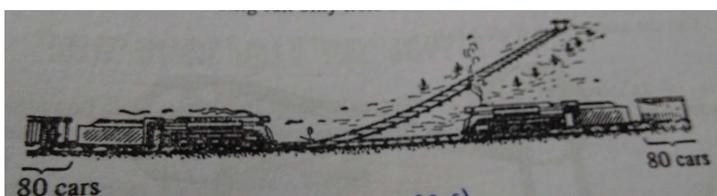


Figure 3

Dois trens, cada um com 80 vagões, estão sob um mesmo trilho, frente à frente, mas dispendo de um trilho-desvio auxiliar sem saída, que comporta uma locomotiva e 40 vagões. Este trilho auxiliar pode ser usado para fazer manobras que permitam que cada um dos trens prossiga seu percurso. Quais seriam estas manobras ? (cada locomotiva deve sair com seus vagões)

### PROBLEMA 3

Um trilho principal AB e dois trilhos auxiliares AD e BD formam um triângulo. Quando a locomotiva desloca-se de A para B, entra de ré em BD, e move-se para frente de D para A, consegue assim reverter sua direção no trilho principal. Há um vagão preto no trilho AD e um vagão branco no trilho BD. Estando a locomotiva no trilho principal AB com sua frente voltada para B, quantos movimentos são necessários para trocar as posições destes dois vagões e ao final ter a locomotiva no trilho principal com sua frente voltada para B? Existe em um ponto C nos quais os trilhos AD e BD se interceptam, mas o trilho sem saída CD tem espaço apenas para um vagão ou para a locomotiva. Cada acoplamento/desacoplamento da locomotiva com um vagão conta como um movimento.

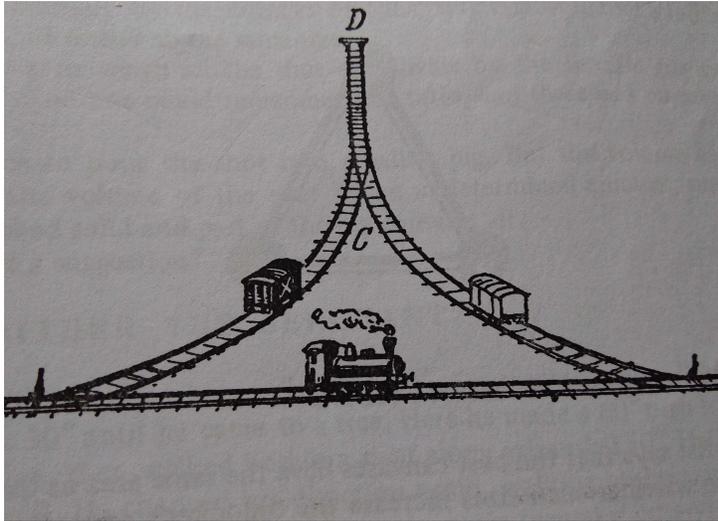


Figure 4

#### PROBLEMA 4

Uma máquina opera sobre números inteiros positivos que começam com 2 e 3 transformando-os em números inteiros positivos de acordo com duas regras:

- Regra 1: para qualquer número  $X$ , o número  $2X$  (ou seja, o número 2 seguido de  $X$ ) é transformado no número  $X$ . Dizemos que  $2X$  produz  $X$  e escrevemos  $2X \rightarrow X$ .
- Regra 2: para qualquer número  $X$ , o número  $3X$  (o número 3 seguido de  $X$ ) é transformado no número  $Y2Y$  (o "associado" de  $Y$ ) se  $X$  produz  $Y$ , ou seja,  $3X \rightarrow Y2Y$  se  $X \rightarrow Y$ .

- (a) Existe algum número  $N$  que produz ele próprio ?  
 (b) Existe um número  $N$  que produz seu próprio associado ? ( $N \rightarrow N2N$ )